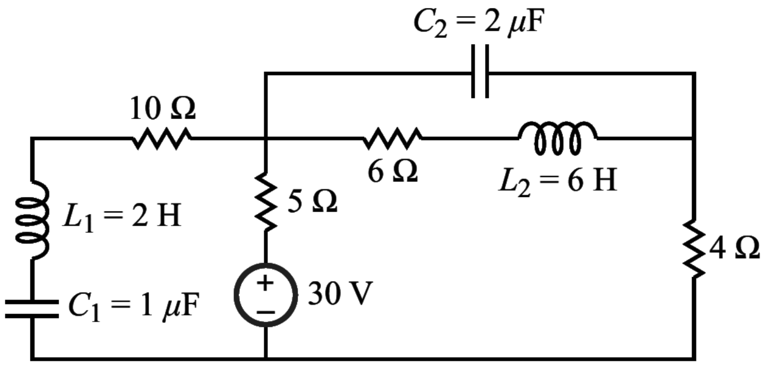
حل تمرین سری پنج

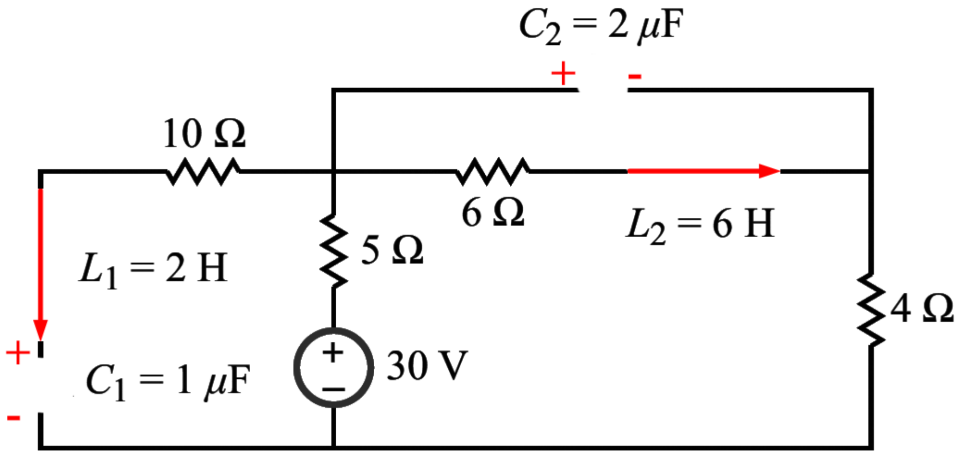
درس مدارهای الکتریکی و آزمایشگاه

مسئله شماره یک

- سوال اول: در مدار شکل روبرو مقدار و جهت ولتاژ خازن‌ها و جریان سلف‌ها را در حالت ماندگار بدست آورید.



- ایده کلی حل: در حالت استقرار، سلف ها اتصال کوتاه و
- خازنها اتصال باز هستند.



$$I_{L_2} = \frac{30}{5+6+4} = 2A$$

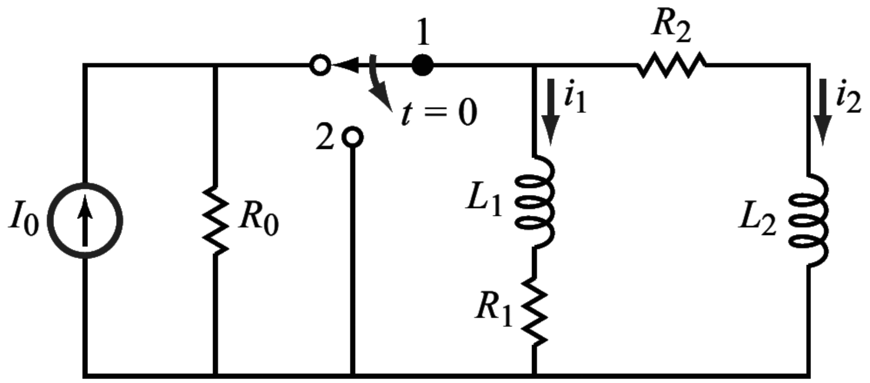
$$V_{C_2} = 6 \times I_{L_2} = 6 \times 2 = 12V$$

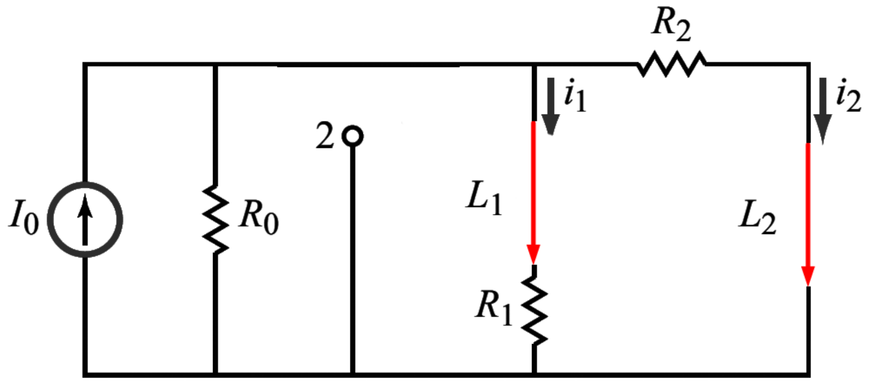
$$I_{L_1} = 0A$$

$$V_{C_1} = 30 - 5 \times I_{L_2} = 30 - 5 \times 2 = 20$$

مسئله شماره دو

- سوال دوم : مدار شکل روبرو قبل از تغییر وضعیت کلید به حالت آرامش رسیده است، پاسخ جریان دو سلف را پس از تغییر وضعیت کلید محاسبه نمایید.
- ابتدا شرایط اولیه (صفر منفی) محاسبه می شود.
- ایده: قانون تقسیم جریان در سه مقاومت موازی



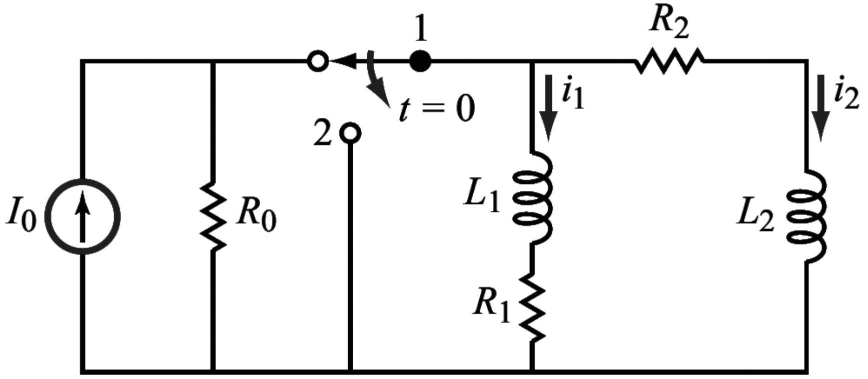


$$i_1(0^-) = \frac{\frac{1}{R_1}}{\frac{1}{R_0}+\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}} I_0 = \frac{G_1}{G_0+G_1+G_2} I_0 = I_1$$

$$i_2(0^-) = \frac{\frac{1}{R_2}}{\frac{1}{R_0}+\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}} I_0 = \frac{G_2}{G_0+G_1+G_2} I_0 = I_2$$

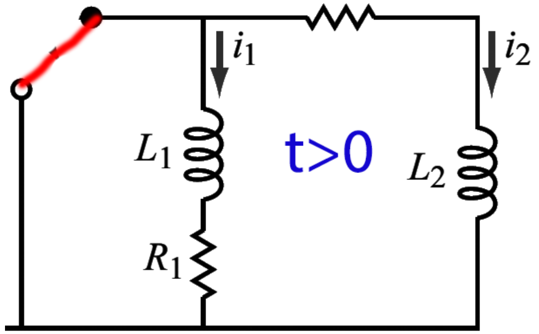
مسئله شماره دو - ادامه

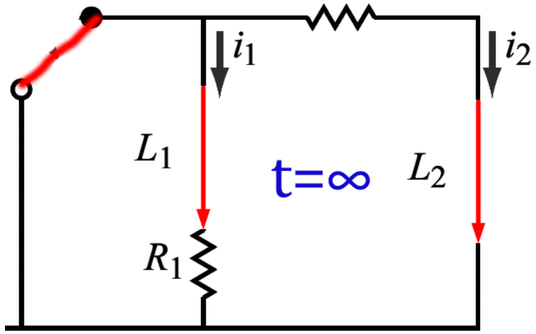
- سوال دوم : مدار شکل روبرو قبل از تغییر وضعیت کلید به حالت آرامش رسیده است، پاسخ جریان دو سلف را پس از تغییر وضعیت کلید محاسبه نمایید.



- رسم مدار پس از تغییر وضعیت کلید
- ایده کلی: دو مدار ساده RL داریم که دو سر آنها اتصال
- کوتاه است، و رابطه کلی پاسخ هر متغیر مدار مرتبه اول:

$$\boxed{x(t) = x(\infty) + \left(x(0^+) - x(\infty)\right)e^{-\frac{t}{\tau}}}$$





- در بی نهایت پاسخ هر دو متغیر صفر
- خواهد بود.

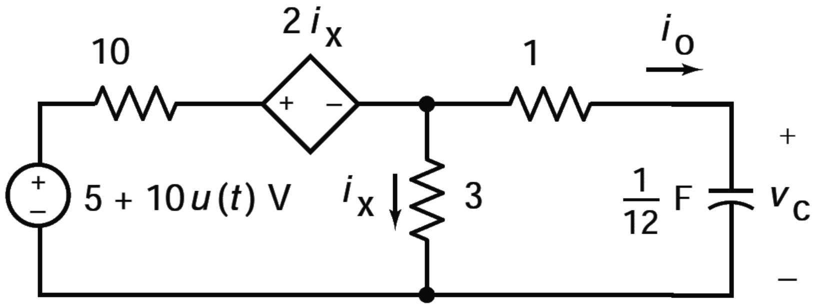
مسئله شماره دو - ادامه

- سوال دوم : مدار شکل روبرو قبل از تغییر وضعیت∞ کلید به حالت آرامش رسیده است، پاسخ جریان دو سلف را پس از تغییر وضعیت کلید محاسبه نمایید.
- پاسخ نهایی:

$$\begin{cases} i_1(\infty)=0 \\ i_1(0^+)=I_1 \rightarrow i_1(t)=i_1(\infty)+\left(i_1(0^+)-i_1(\infty)\right)e^{-\frac{t}{\tau_1}}=I_1e^{-\frac{t}{\tau_1}}=\dfrac{G_1}{G_0+G_1+G_2}I_0e^{-\frac{t}{L_1/R_1}}, \quad t\geq 0 \\ \tau_1=\dfrac{L_1}{R_1} \end{cases}$$

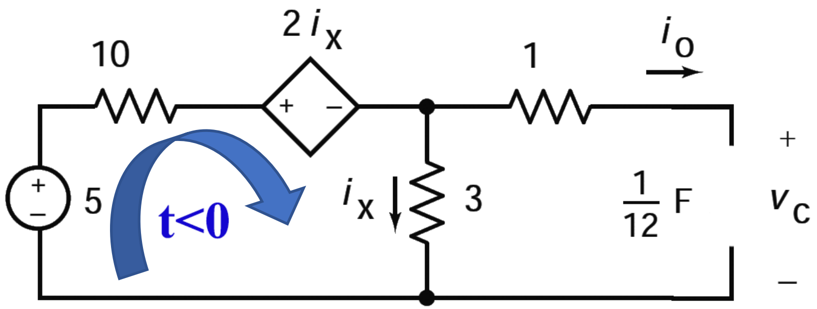
$$\begin{cases} i_2(\infty)=0 \\ i_2(0^+)=I_2 \rightarrow i_2(t)=i_2(\infty)+\left(i_2(0^+)-i_2(\infty)\right)e^{-\frac{t}{\tau_t}}=I_2e^{-\frac{t}{\tau_2}}=\dfrac{G_2}{G_0+G_1+G_2}I_0e^{-\frac{t}{L_2/R_2}}, \quad t\geq 0 \\ \tau_2=\dfrac{L_2}{R_2} \end{cases}$$

مسئله شماره سه



- سوال سوم، پاسخ ولتاژ دو سر خازن را برای همه زمان‌ها بنویسید.
- راه های ممکن برای حل مسئله:
- الف) جمع آثار {5} و {10u(t)}
- ب) محاسبه شرایط اولیه قبل از اعمال 10u(t) و …

برای قبل از $t=0^-$ داریم (به دلیل 5 به آرامش رسیده است)



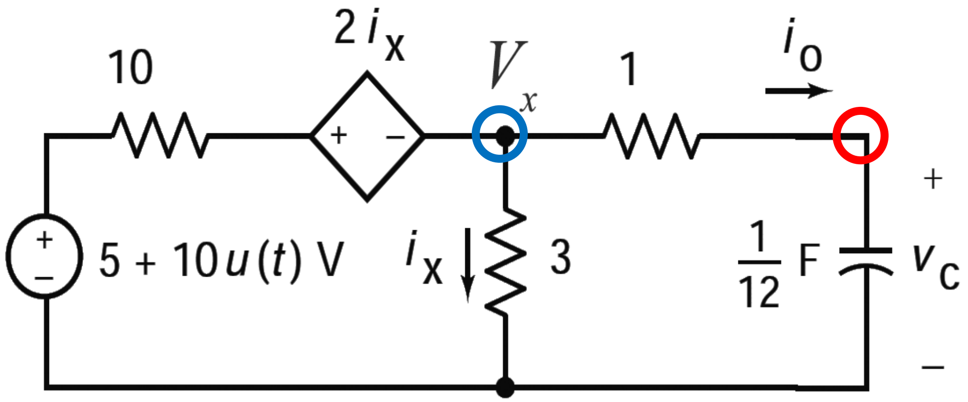
- KVL در حلقه نشان داده شده:

$$10i_x + 2i_x + 3i_x - 5 = 0 \Rightarrow i_x = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}A$$

$$v_c\left(0^-\right) = 3 \times \frac{1}{3} = 1V$$

مسئله شماره سه - ادامه

- سوال سوم، پاسخ ولتاژ دو سر خازن را برای همه زمان‌ها بنویسید.
- برای زمانهای بزرگتر از صفر، KCL در دو گره مشخص شده مینویسیم (تحلیل گره)
- KVL در حلقه نشان داده شده:



$$v_x = 3i_x$$

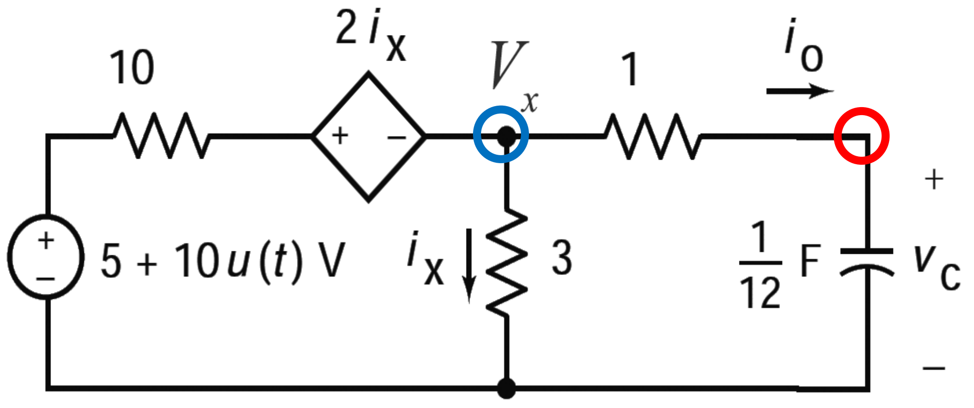
$$KCL's:\begin{cases}\dfrac{1}{12}\dfrac{dv_c}{dt}+\dfrac{v_c-v_x}{1}=0\\[2mm]\dfrac{v_x-v_c}{1}+\dfrac{v_x}{3}+\dfrac{v_x+2i_x-\left(5+10u(t)\right)}{10}=0\end{cases}$$

$$\Rightarrow v_x=\frac{2v_c+2u(t)+1}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{12}\frac{dv_c}{dt}+\frac{1}{3}v_c=\frac{1+2u(t)}{3}$$

مسئله شماره سه - ادامه

- سوال سوم، پاسخ ولتاژ دو سر خازن را برای همه زمان‌ها بنویسید.
- به دلیل وجود پله در سمت راست، شرایط اولیه چهش ناگهانی ندارد و:



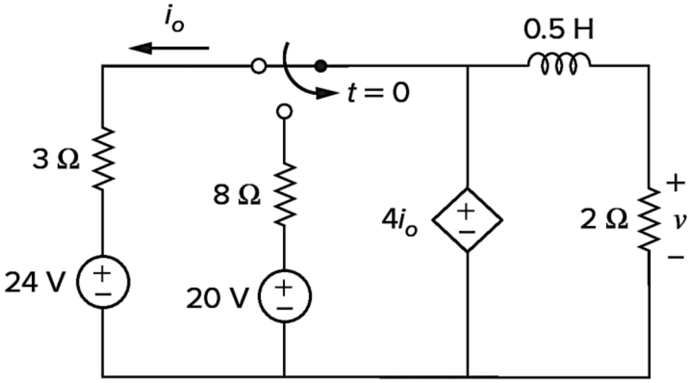
$$\frac{dv_c}{dt} + 4v_c = 4 + 8u(t), \quad v_c(0^-) = v_c(0^+) = 1$$

$$\frac{dv_c}{dt} + 4v_c = 4 + 8, \quad v_c(0^+) = 1$$

$$v_c = ke^{-4t} + \frac{4+8}{4} = ke^{-4t} + 3 \xrightarrow{v_c(0^+)=1} v_c = -2e^{-4t} + 3$$

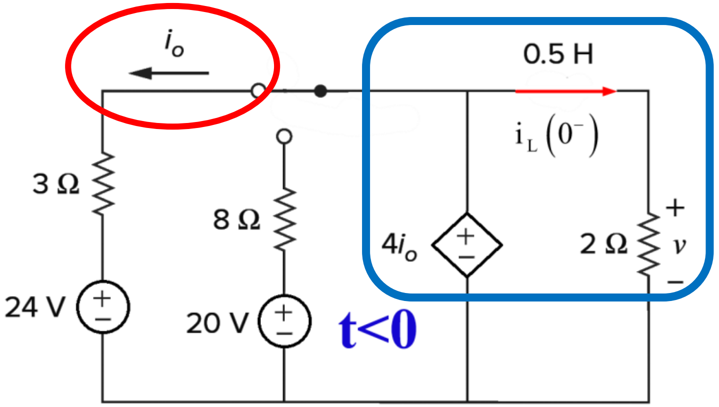
مسئله شماره چهارم

- سوال چهارم، مدار شکل روبرو قبل از تغییر وضعیت کلید به حالت آرامش رسیده است، پاسخ ولتاژ مقاومت دو اهمی را پس از تغییر وضعیت کلید محاسبه نمایید.
- ابتدا شرایط اولیه در $t=0^-$



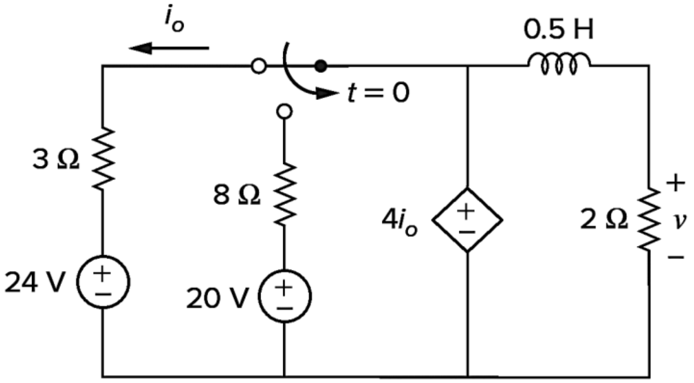
$$i_o = \frac{4i_o - 24}{3} \Rightarrow i_o = 24$$

$$i_L\left(0^-\right) = \frac{4i_o}{2} = 2i_o = 48$$



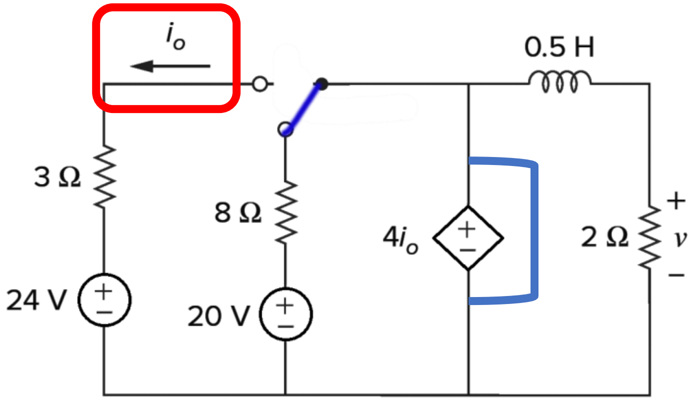
مسئله شماره چهارم - ادامه

- سوال چهارم، مدار شکل روبرو قبل از تغییر وضعیت کلید به حالت آرامش رسیده است، پاسخ ولتاژ مقاومت دو اهمی را پس از تغییر وضعیت کلید محاسبه نمایید.



- حال مدار بعد از تغییر وضعیت کلید:

با توجه به باز شدن کلید، جریان i_o صفر و منبع وابسته اتصال کوتاه شده، و یک مدار RL بدون تحریک ورودی داریم:



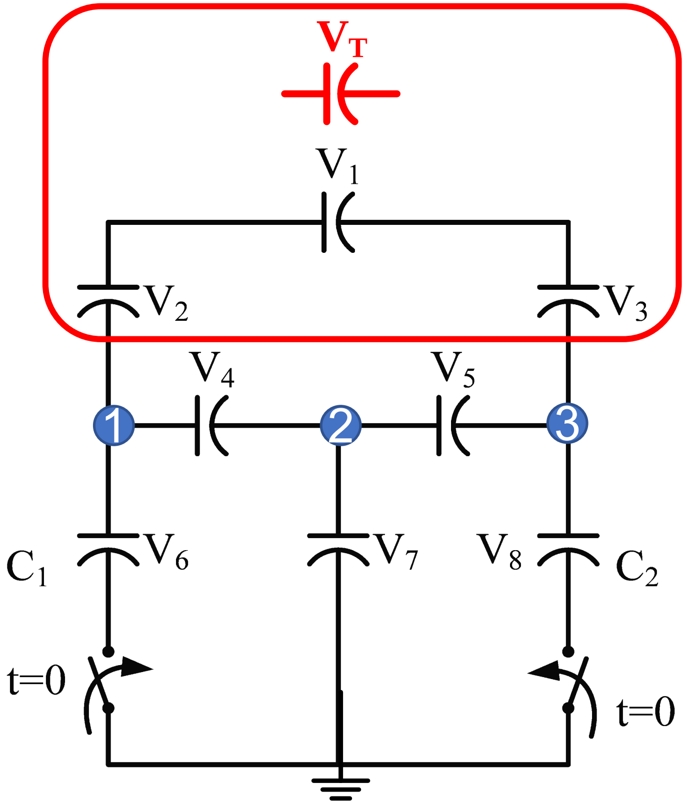
$$i_L(t) = i_L(\infty) + \left(i_L(0^-) - i_L(\infty)\right)e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$i_L(0^-) = i_L(0^+) = 48, \quad i_L(\infty) = 0, \quad \tau = \frac{L}{R} = \frac{0.5}{2} = 0.25$$

$$\therefore i_L(t) = 0 + (48 - 0)e^{-\frac{t}{0.25}} = 48e^{-\frac{t}{0.25}}$$

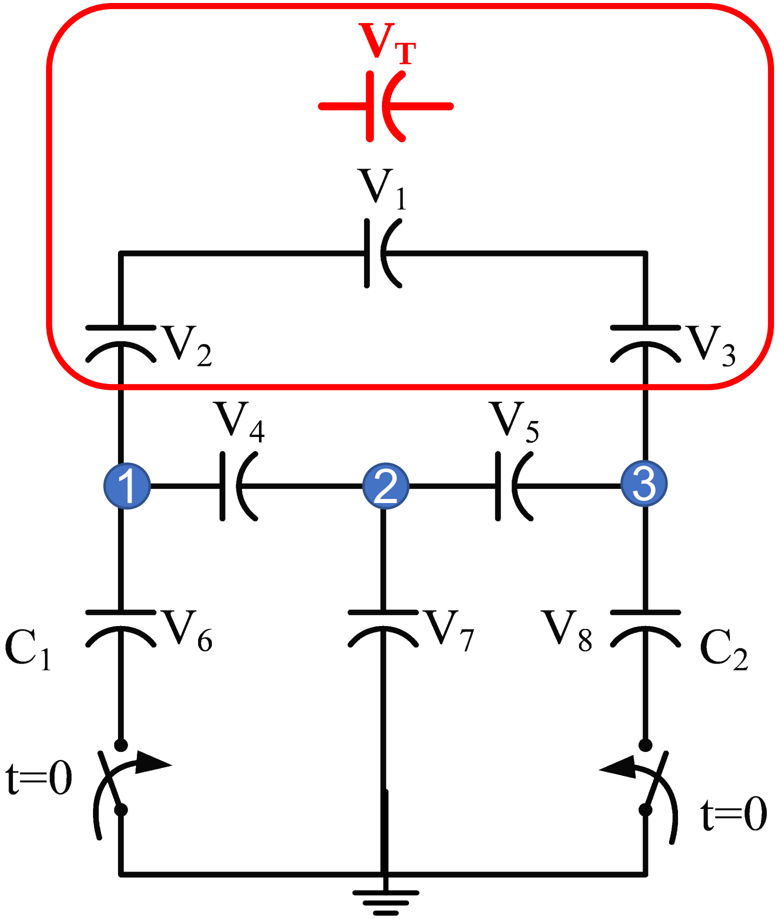
مسئله شماره پنج

- سوال پنجم: در مدار شکل روبرو ظرفیت تمامی خازن‌ها یک فاراد است. دو خازن C_1 و C_2 که در شکل مشخص شده‌اند دارای ولتاژ اولیه یک ولت می‌باشند. بقیه خازن‌ها ولتاژ صفر دارند. در لحظه صفر دو کلید بسته می‌شوند. ولتاژ خازن‌ها را پس از بسته شدن کلید بدست آورید.
- در گره های مشخص شده KCL می نویسیم.
- روابط صفحه بعد در قبل و بعد از کلید زنی برقرار است.
- سه خازن مشخص شده را با توجه به شرایط اولیه همگی صفر، و ظرفیت برابر، می توان با خازنی به ظرفیت 1/3 فاراد و ولتاژ اولیه ($t=0^-$) صفر جایگزین نمود.
- در روابط صفحه بعد ولتاژ این خازن جدید را V_T می نامیم.



مسئله شماره پنج

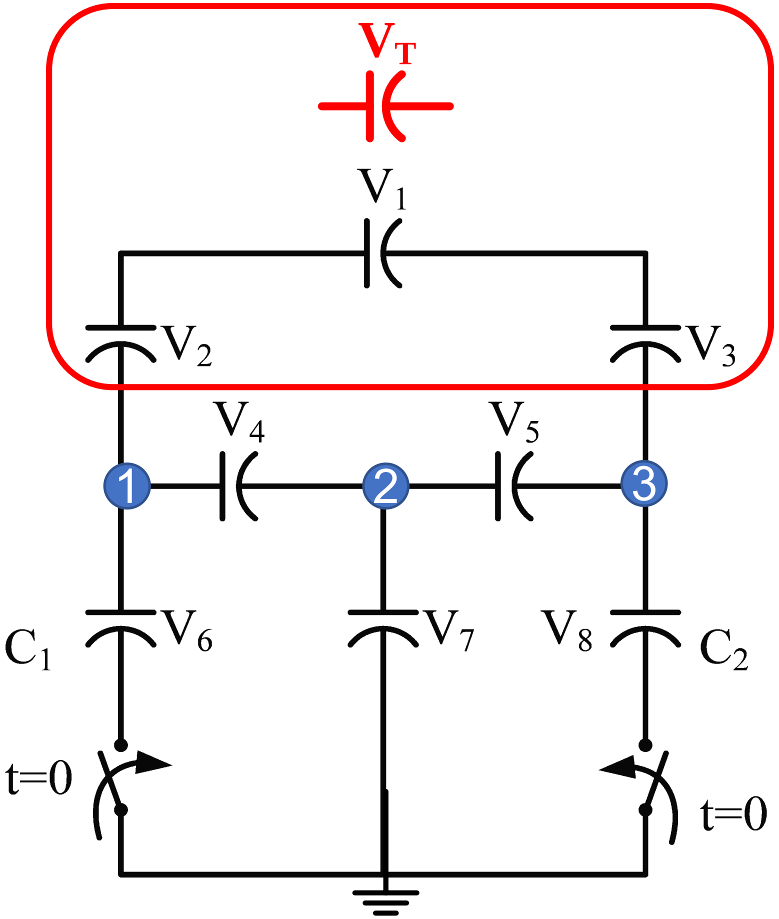
- سوال پنجم: برای سهولت، در صفحه بعد مقادیر ولتاژ گره ها را برای 0^+ با E نمایش می دهیم:
  مثال: $V_4=E_1-E_2$
- معادلات KCL و سپس انتگرال گیری از طرفین



$$
\begin{cases}
1)\quad \dfrac{dV_6}{dt}+\dfrac{dV_4}{dt}+\dfrac{1}{3}\dfrac{dV_T}{dt}=0\\
2)\quad \dfrac{dV_7}{dt}+\dfrac{dV_5}{dt}-\dfrac{dV_4}{dt}=0\\
3)\quad \dfrac{dV_8}{dt}-\dfrac{dV_5}{dt}-\dfrac{1}{3}\dfrac{dV_T}{dt}=0
\end{cases}
\Rightarrow
\begin{cases}
1)\quad \displaystyle\int_{0^-}^{0^+}\left\{\dfrac{dV_6}{dt}+\dfrac{dV_4}{dt}+\dfrac{1}{3}\dfrac{dV_T}{dt}=0\right\}dt\\
2)\quad \displaystyle\int_{0^-}^{0^-}\left\{\dfrac{dV_7}{dt}+\dfrac{dV_5}{dt}-\dfrac{dV_4}{dt}=0\right\}dt\\
3)\quad \displaystyle\int_{0^-}^{0^-}\left\{\dfrac{dV_8}{dt}-\dfrac{dV_5}{dt}-\dfrac{1}{3}\dfrac{dV_T}{dt}=0\right\}dt
\end{cases}
$$

مسئله شماره پنج - ادامه

- سوال پنجم: اعداد آبی ولتاژ اولیه خازنها هستند.

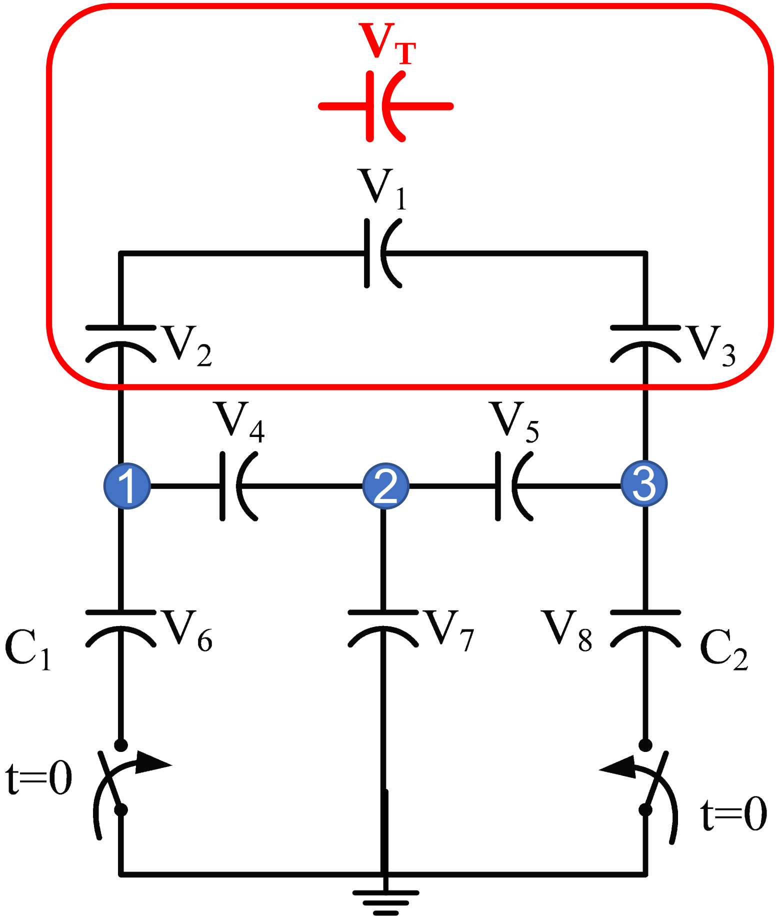


$$
\begin{cases}
1)\quad \displaystyle\int_{0^-}^{0^+}\left\{\frac{dV_6}{dt}+\frac{dV_4}{dt}+\frac{1}{3}\frac{dV_T}{dt}=0\right\}dt \\
2)\quad \displaystyle\int_{0^-}^{0^-}\left\{\frac{dV_7}{dt}+\frac{dV_5}{dt}-\frac{dV_4}{dt}=0\right\}dt \\
3)\quad \displaystyle\int_{0^-}^{0^-}\left\{\frac{dV_8}{dt}-\frac{dV_5}{dt}-\frac{1}{3}\frac{dV_T}{dt}=0\right\}dt
\end{cases}
$$

$$
\begin{cases}
\{E_1-1\}+\{E_1-E_2-0\}+\dfrac{1}{3}\{E_1-E_3-0\}=0 \\
\{E_2-0\}+\{E_2-E_3-0\}-\{E_1-E_2-0\}=0 \\
\{E_3-1\}-\{E_2-E_3-0\}-\dfrac{1}{3}\{E_1-E_3-0\}=0
\end{cases}
$$

مسئله شماره پنج - ادامه

- سوال پنجم: ادامه

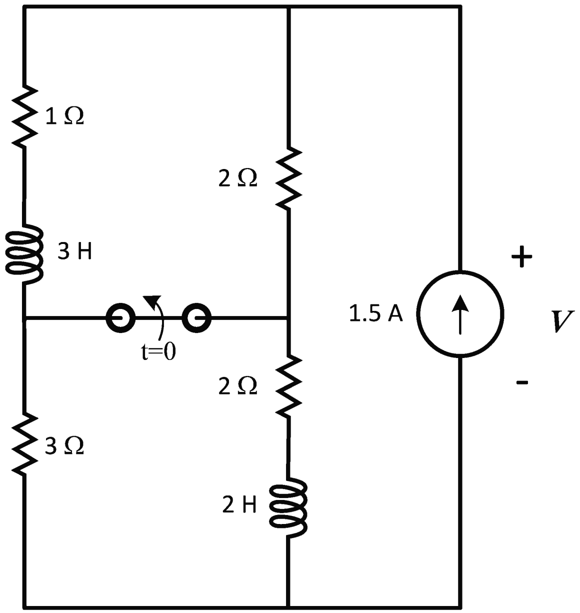


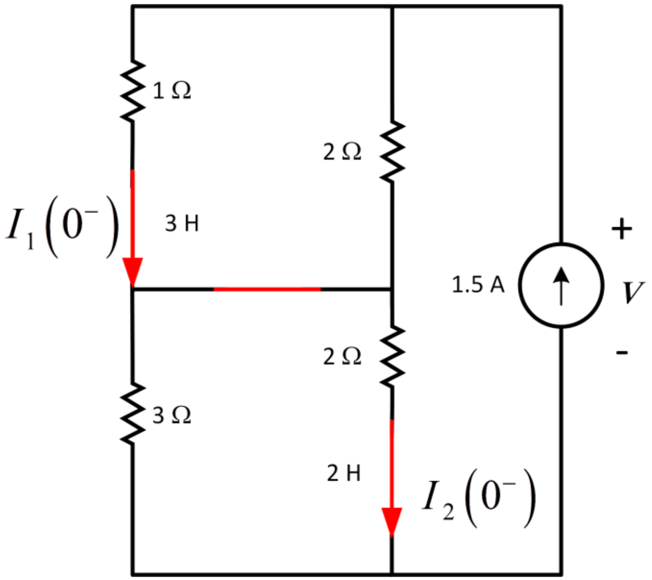
$$\begin{cases}\{E_1-1\}+\{E_1-E_2-0\}+\frac{1}{3}\{E_1-E_3-0\}=0\\ \{E_2-0\}+\{E_2-E_3-0\}-\{E_1-E_2-0\}=0\\ \{E_3-1\}-\{E_2-E_3-0\}-\frac{1}{3}\{E_1-E_3-0\}=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\frac{7}{3}E_1-E_2-\frac{1}{3}E_3=1\\ -E_1+3E_2-E_3=0\\ -\frac{1}{3}E_1-E_2+\frac{7}{3}E_3=1\end{cases}$$

$$\therefore\begin{cases}E_1=0.75\\ E_2=0.50\\ E_3=0.75\end{cases}\rightarrow\begin{cases}V_1(0^+)=V_2(0^+)=V_3(0^+)=\frac{E_1-E_3}{3}=0\\ V_6(0^+)=E_1=E_3=V_8(0^+)=0.75\\ V_4(0^+)=E_1-E_2=0.25\\ V_5(0^+)=E_2-E_3=-0.25\\ V_7(0^+)=E_2=0.5\end{cases}$$

مسئله شماره شش

- سوال ششم: مدار شکل مقابل قبل از تغییر وضعیت کلیدها به حالت آرامش رسیده است، پاسخ ولتاژ دو سر منبع جریان را پس از باز شدن کلید، محاسبه نمایید.
- در حالت آرامش سلف ها اتصال کوتاه هستند و طبق قانون تقسیم جریان داریم:



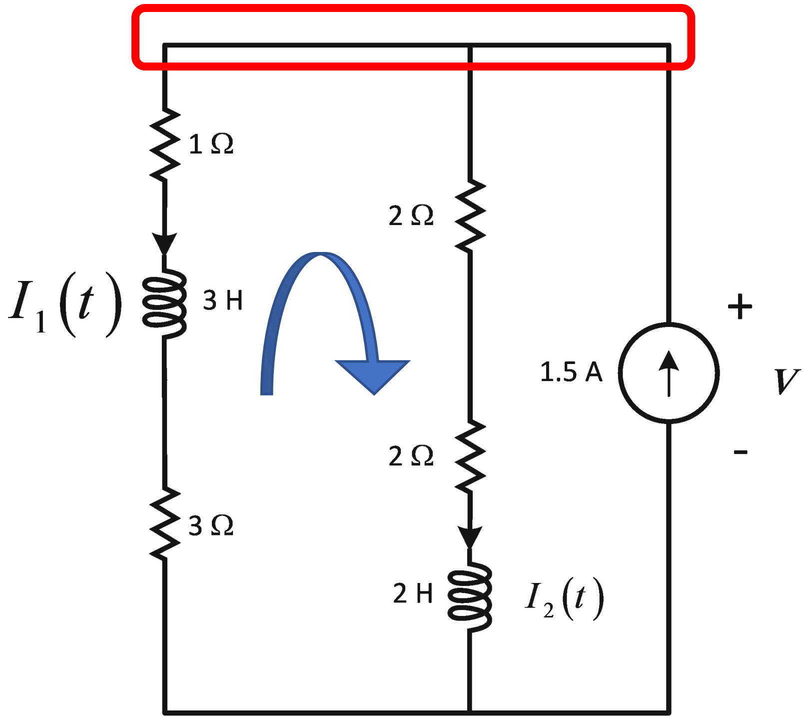


$$I_1(0^-) = \frac{\frac{1}{1}}{\frac{1}{1}+\frac{1}{2}} \times 1.5 = 1\,A$$

$$I_2(0^-) = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}+\frac{1}{3}} \times 1.5 = 0.9\,A$$

مسئله شماره شش - ادامه

- سوال ششم: بعد از باز شدن کلید (گره خالص سلفی و منبع جریان ایجاد می شود، که باعث جهش احتمالی جریان سلف ها می شود) و باید جریانهای $t=0^+$ را حساب کنیم.
- با نوشتن KVL در حلقه آبی (این KVL قبل از $t=0^-$ هم برقرار است!) و KCL در گره قرمز:



$$\begin{cases} 1\times I_1 + 3\dfrac{dI_1}{dt} + 3I_1 = 2I_2 + 2I_2 + 2\dfrac{dI_2}{dt} \Rightarrow 4I_1 + 3\dfrac{dI_1}{dt} = 4I_2 + 2\dfrac{dI_2}{dt} \\ I_1 + I_2 = 1.5 \end{cases}$$

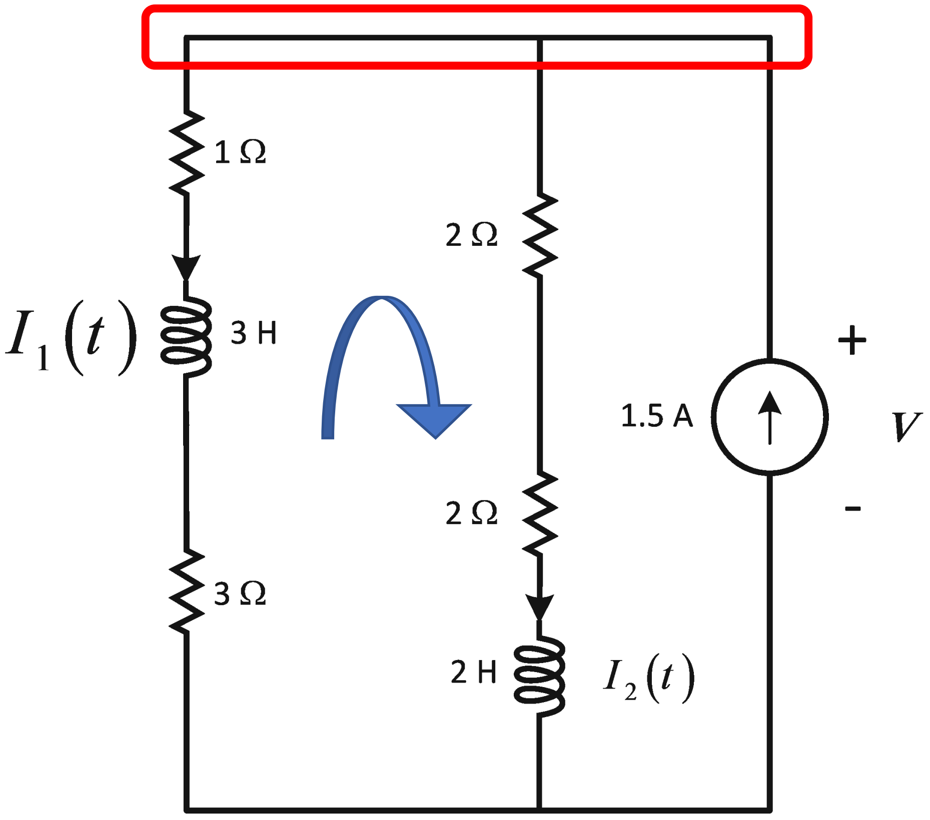
$$\int_{0^-}^{0^+} \left\{ 4I_1 + 3\frac{dI_1}{dt} = 4I_2 + 2\frac{dI_2}{dt} \right\} dt = 0$$

$$4\times 0 + 3\left(I_1\left(0^+\right) - I_1\left(0^-\right)\right) = 4\times 0 + 2\left(I_2\left(0^+\right) - I_2\left(0^-\right)\right)$$

$$3\left(I_1\left(0^+\right) - 1\right) = 2\left(I_2\left(0^+\right) - 0.9\right) \xrightarrow{I_1\left(0^+\right)+I_2\left(0^+\right)=1.5} \begin{cases} I_1\left(0^+\right) = 0.84 \\ I_2\left(0^+\right) = 0.66 \end{cases}$$

مسئله شماره شش - ادامه

- سوال ششم: بعد از باز شدن کلید و با نوشتن KVL در حلقه آبی و KCL در گره قرمز:



$$\begin{cases} 1\times I_1+3\dfrac{dI_1}{dt}+3I_1=2I_2+2I_2+2\dfrac{dI_2}{dt} \\ I_1+I_2=1.5 \end{cases} \Rightarrow 4I_1+3\frac{dI_1}{dt}=4I_2+2\frac{dI_2}{dt}$$

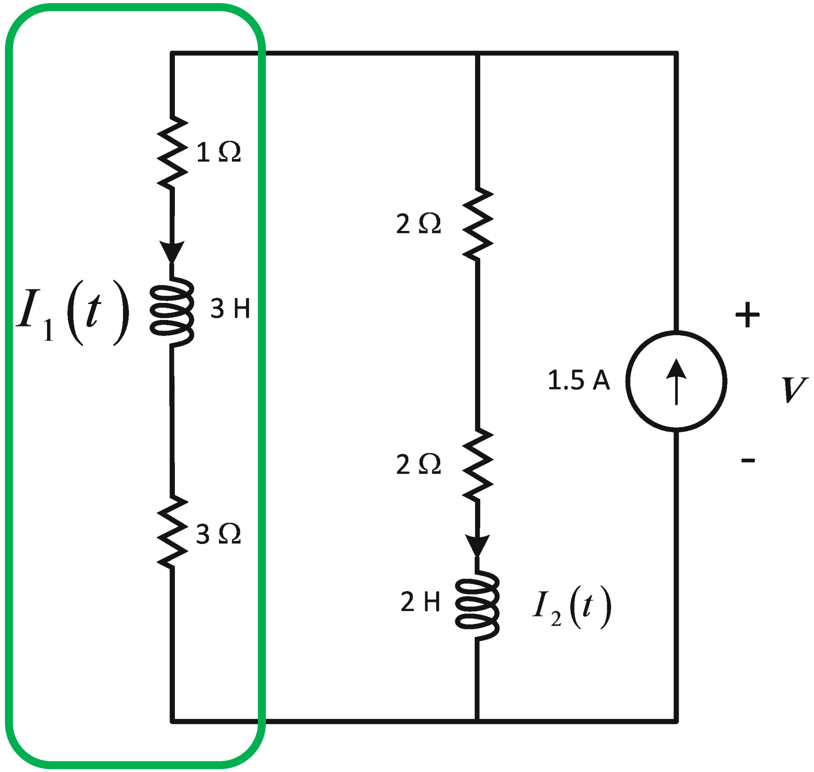
$$4I_1+3\frac{dI_1}{dt}=4(1.5-I_1)+2\frac{d(1.5-I_1)}{dt}$$

$$5\frac{dI_1}{dt}+8I_1=6$$

$$I_1(t)=ke^{-\frac{t}{5/8}}+\frac{6}{8}\xrightarrow{I_1(0^+)=0.84}I_1(t)=0.09e^{-\frac{8t}{5}}+0.75,\quad t\geq 0^+$$

مسئله شماره شش - ادامه

- سوال ششم: برای محاسبه ولتاژ دو سر منبع جریان باید ولتاژ شاخه واقع در جعبه سبز را بنویسیم. از آنجاییکه باید از جریان سلف مشتق بگیریم (ولتاژ دو سر آن)، لازم است جریان سلف در همه زمانها را بنویسیم و حواسمان به جهش جریان سلف باشد، و لذا:



$$\begin{cases} I_1(t) = 0.09e^{-\frac{8t}{5}} + 0.75 & t > 0 \\ I_1(0^-) = 1 & t < 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow I_1(t) = 1 + \left(0.09e^{-\frac{8t}{5}} - 0.25\right)u(t)$$

$$v(t) = 1 \times I_1 + 3\frac{dI_1}{dt} + 3I_1 = 4I_1 + 3\frac{dI_1}{dt}$$

مسئله شماره شش - ادامه

- سوال ششم: ادامه محاسبه ولتاژ دو سر منبع جریان:

$$v(t) = 1 \times I_1 + 3\frac{dI_1}{dt} + 3I_1 = 4I_1 + 3\frac{dI_1}{dt}$$

$$v(t) = 4\left\{1 + \left(0.09e^{-\frac{8t}{5}} - 0.25\right)u(t)\right\} + 3\frac{d}{dt}\left\{1 + \left(0.09e^{-\frac{8t}{5}} - 0.25\right)u(t)\right\}$$

$$v(t) = 4 + 4\left(0.09e^{-\frac{8t}{5}} - 0.25\right)u(t) + 3\times\left(-\frac{8}{5}\times 0.09e^{-\frac{8t}{5}}\right)u(t) + 3\times\left(0.09e^{-\frac{8t}{5}} - 0.25\right)\delta(t)$$

$$v(t) = 4 + 4\left(0.09e^{-\frac{8t}{5}} - 0.25\right)u(t) + 3\times\left(-\frac{8}{5}\times 0.09e^{-\frac{8t}{5}}\right)u(t) + 3\times\underbrace{\left(0.09e^{-\frac{8t}{5}} - 0.25\right)}_{1.05-0.25}\delta(t)$$

$$v(t) = 4 - \left(0.072e^{-\frac{8t}{5}} + 1\right)u(t) - 0.48\delta(t)$$

مسئله شماره هفت

- سوال هفتم: در یک مدار خطی تغییرناپذیر با زمان و پسیو دو آزمایش با شرایط داده شده، انجام گرفته است، با استفاده از نتایج آزمایش‌ها، پاسخ پله و پاسخ ضربه مدار را بدست آورید.
- ورودی ضربه و شرایط اولیه نا معلوم، خروجی: $y_1(t) = 2e^{-t}u(t)$
- ورودی پله و دو برابر شرایط اولیه بند قبل، خروجی: $y_1(t) = (1 + e^{-t})u(t)$
- ایده کلی:
  - در مدارهای LTI : پاسخ ضربه $(h(t))$ مشتق پاسخ پله $(s(t))$ است.
  - در مدارهای LTI : پاسخ ورودی صفر نسبت به شرایط اولیه خطی است.
  - در مدارهای LTI : پاسخ کامل با مجموع پاسخ ورودی صفر $(z(t))$ و پاسخ حالت صفر است.

$$\boxed{\begin{array}{l} \begin{cases} y_1(t) = h(t) + z(t) = s'(t) + z(t) = 2e^{-t}u(t) \\ y_2(t) = s(t) + 2z(t) = s(t) + 2z(t) = \left(1 + e^{-t}\right)u(t) \end{cases} \\ \therefore y_1(t) - 0.5y_2(t) = s'(t) - 0.5s(t) = \left(-0.5 + 1.5e^{-t}\right)u(t) \end{array}}$$

مسئله شماره هفت - ادامه

- سوال هفتم: ادامه.
  - توجه پاسخ گله در صفر منفی، صفر است.

$$s'(t)-0.5s(t)=\left(-0.5+1.5e^{-t}\right)u(t)\overset{t>0}{=}\left(-0.5+1.5e^{-t}\right)$$

$$s_h(t)=ke^{+0.5t}$$

$$s_p(t)=A+Be^{-t}\rightarrow(-B)-0.5\left(A+Be^{-t}\right)=\left(-0.5+1.5e^{-t}\right)$$

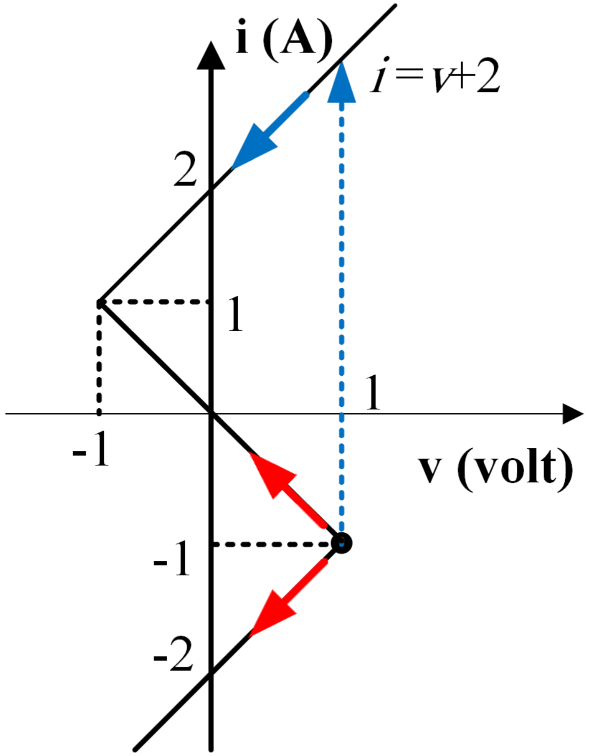
$$-0.5A-1.5Be^{-t}=-0.5+1.5e^{-t}\Rightarrow A=1,\quad B=-1$$

$$s(t)=ke^{+0.5t}+1-e^{-t}\xrightarrow{s\left(0^-\right)=s\left(0^+\right)=0}k=0$$

$$s(t)=\left(1-e^{-t}\right)u(t)\rightarrow h(t)=e^{-t}u(t)$$

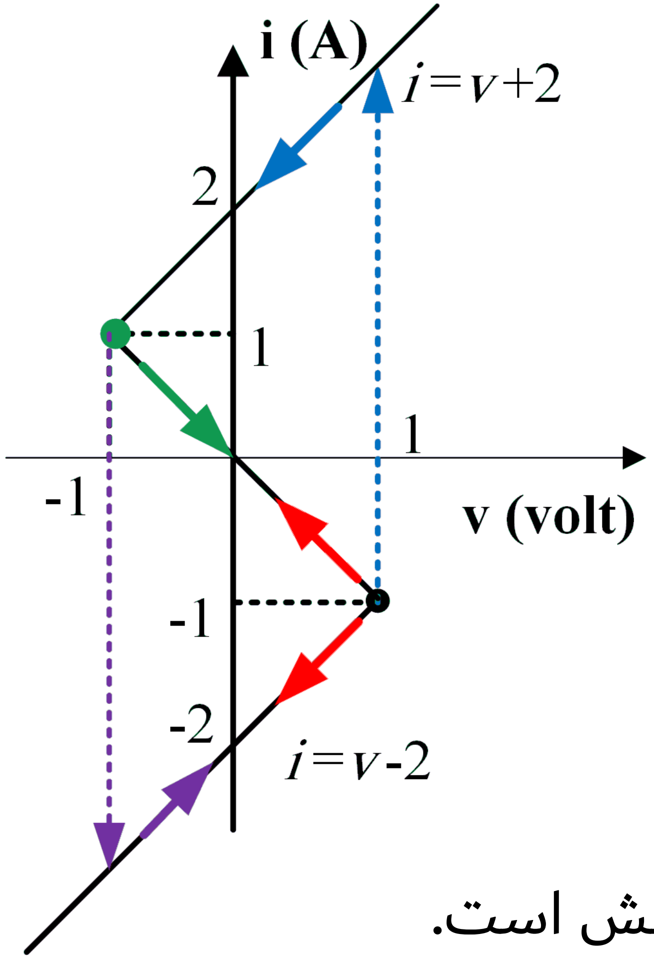
مسئله شماره هشت

- **سوال هشتم:** در مدار شکل زیر متشکل از یک خازن خطی $(\frac{1}{Ln(3)}F)$ و مقاومت غیرخطی با منحنی مشخصه‌ی داده شده، شرایط اولیه در -t=0در محل نقطه‌ی پر رنگ نمودار قرار دارد. نمودار ولتاژ دو سر خازن را تا لحظه‌ی چهار ثانیه محاسبه و رسم کنید.



- معادله دیفرانسیل مدار : $i + c\frac{dv}{dt} = i + \frac{1}{ln(3)}\frac{dv}{dt} = 0$
- در نقطه شروع مدار $i < 0$ است و باید $\frac{dv}{dt} > 0$ باشد:
- لذا ادامه مسیر در جهت دو مسیر قرمز ممکن نیست و
- جهش جریان خازن از مسیر خط چین آبی را داریم.
- در این نقطه $i > 0$ است و باید $\frac{dv}{dt} < 0$ باشد، لذا
- ادامه مسیر در جهت فلش آبی است.

مسئله شماره هشت - ادامه



- سوال هشتم:
- با شروع از نقطه (1، 3) و معادله خط $i = v + 2$ داریم:

$$\frac{1}{Ln(3)}\frac{dv}{dt}+i=\frac{1}{Ln(3)}\frac{dv}{dt}+v+2=0$$

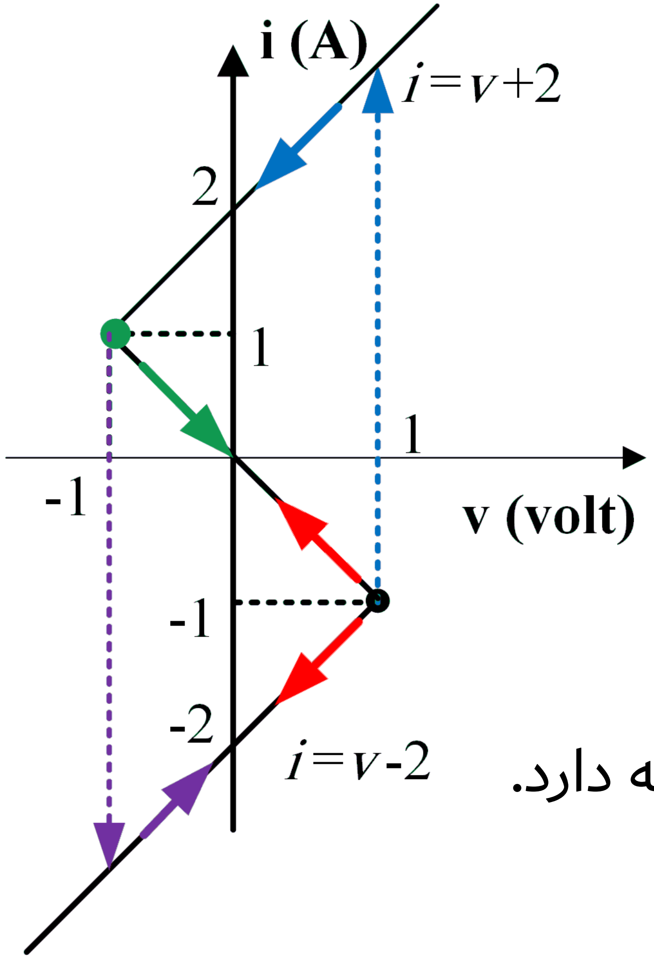
$$\frac{dv}{dt}+Ln(3)v=-Ln(3)2\xrightarrow{v(0)=1}v(t)=-2+3e^{-Ln(3)t}$$

- این وضعیت تا نقطه سبز رنگ ادامه دارد،

$$v(t=T_1)=-2+3e^{-Ln(3)t}=-1\rightarrow T_1=1s$$

- بعد از آن به دلیل آنکه $i > 0$ است و باید $\frac{dv}{dt} < 0$ باشد،
- ادامه حرکت از مسیر سبز رنگ ممکن نیست و جهش جریان
- به نقطه چین بنفش رنگ را داریم. و ادامه مسیر در جهت فلش بنفش است.

مسئله شماره هشت - ادامه



- **سوال هشتم:**
- با شروع از نقطه (3-، 1-) و معادله خط $i = v - 2$ داریم:

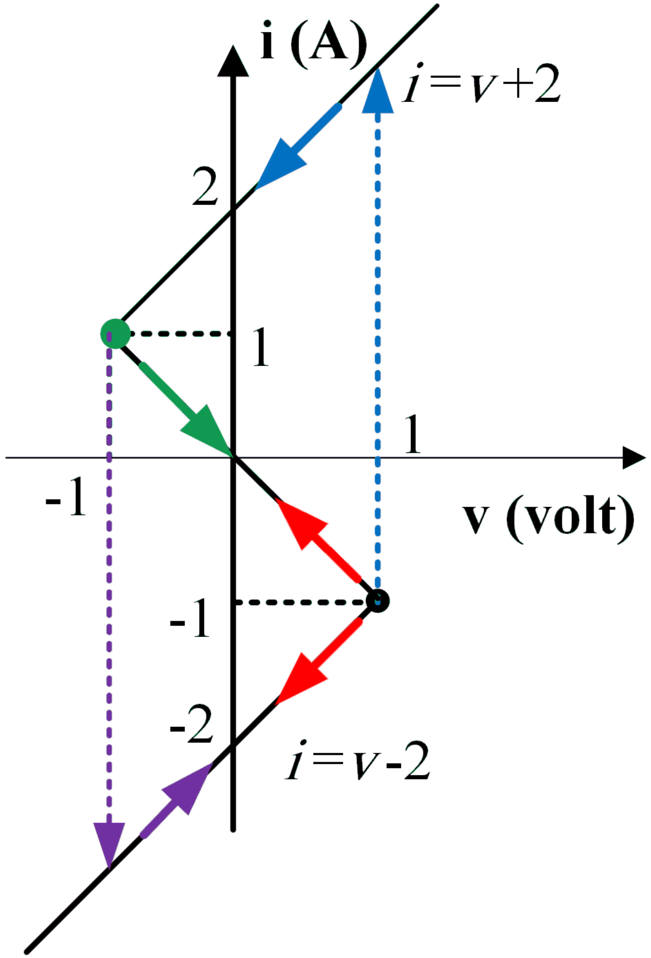
$$v(t)=\begin{cases}-2+3e^{-Ln(3)t} & 0\le t\le 1\\ 2-3e^{-Ln(3)(t-1)} & 1\le t\le 2\end{cases},\quad v(t)=v(t+2)$$

- این وضعیت تا نقطه مشکی رنگ (شروع مدار) ادامه دارد،

$$v(t=T_2)=2-3e^{-Ln(3)(t-1)}=+1\rightarrow T_2=2\,s$$

- پس از رسیدن به نقطه مشکی اولیه همین چرخه تا بی نهایت ادامه دارد.

مسئله شماره هشت - ادامه



- **سوال هشتم:**
- جواب نهایی:

$$\frac{1}{Ln(3)}\frac{dv}{dt}+i=\frac{1}{Ln(3)}\frac{dv}{dt}+v-2=0$$

$$\frac{dv}{dt}+Ln(3)v=Ln(3)2\xrightarrow{v(t=1)=-1}v(t)=2-3e^{-Ln(3)(t-1)}$$

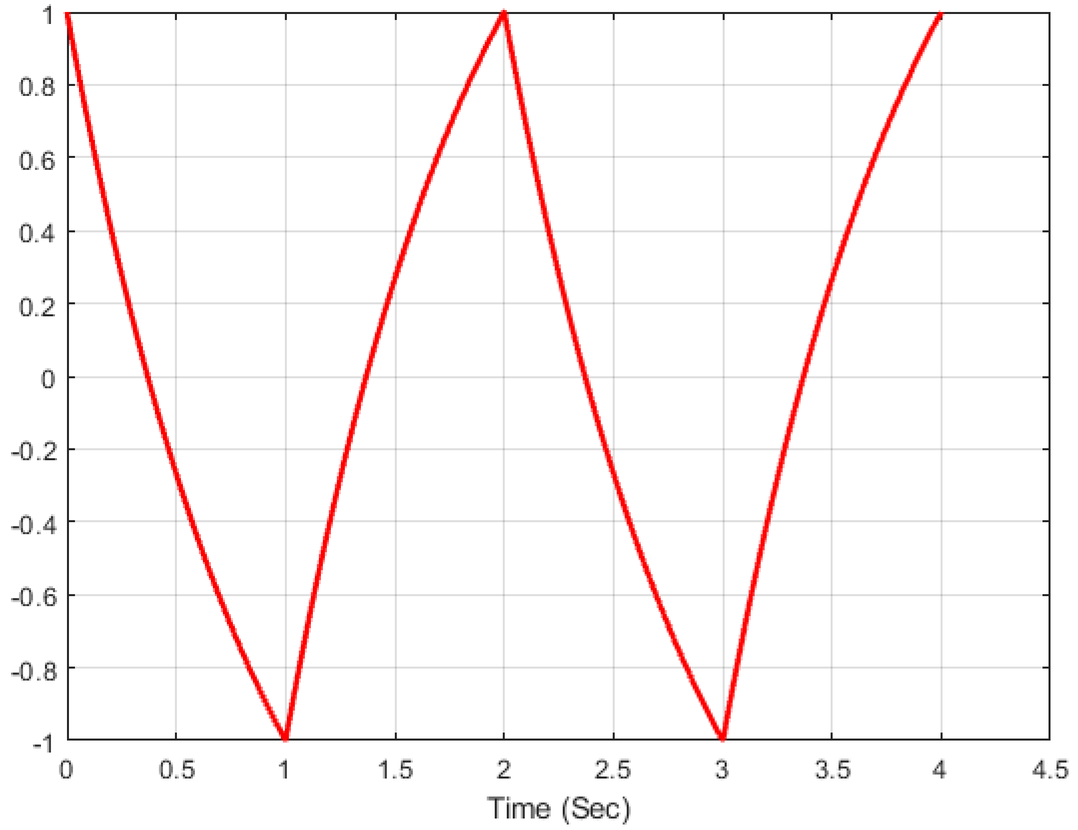
- این وضعیت تا نقطه مشکی رنگ (شروع مدار) ادامه دارد،

$$v(t=T_2)=2-3e^{-Ln(3)(t-1)}=+1\rightarrow T_2=2s$$

- پس از رسیدن به نقطه مشکی اولیه همین چرخه با دوره
- تناوب (2) ثانیه تا بی نهایت ادامه دارد.
- نکته: هرگز وارد ناحیه مقاومت منفی نمی شویم!!!!

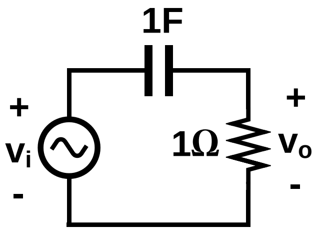
مسئله شماره هشت - ادامه

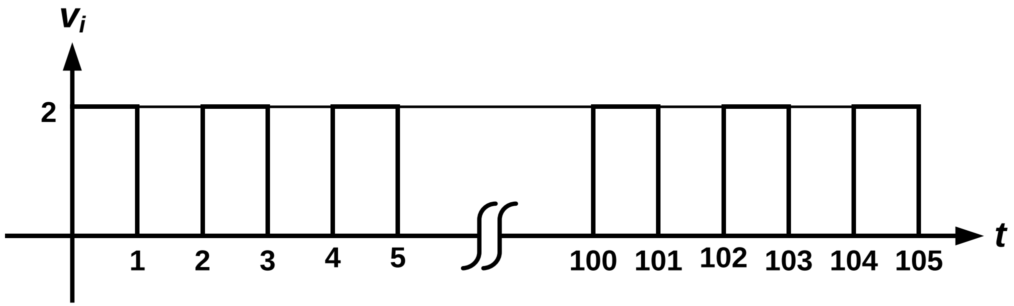
- سوال هشتم: رسم



مسئله شماره نه

- **سوال نهم:** در مدار زیر ولتاژ ورودی، یک قطار پالس با پریود 2 ثانیه بوده و ولتاژ اولیه خازن برابر با صفر است. الف) ولتاژ خروجی را برای $0<t<4$ محاسبه و رسم کنید.
- ب) مدار در زمان‌های بسیار بزرگتر از ثابت زمانی مدار به حالت پایدار رسیده و شکل موج ولتاژ خروجی همانند ولتاژ ورودی یک موج پریودیک با پریود 2 ثانیه خواهد بود. با استفاده از این نکته، ولتاژ خروجی را برای $100<t<102$ محاسبه و رسم کنید





مسئله شماره نه - ادامه

- **سوال نهم:** با توجه به ماهیت ورودی، انتظار داریم رفتار ولتاژ خازن حالت شارژ شونده و تخلیه شونده داشته باشد و در نهایت حالت متناوب پیدا کند، به عنوان یک حل عمومی مقادیر ولتاژ خازن در ابتدای زمانهای 2n، 2n+1، 2n+2 را یافته و بر اساس آنها معادلات عمومی ولتاژ را می نویسیم.
- با توجه به ورودی مثبت، در فاصله 2n تا 2n+1 خازن شارژ می شود، از V_{2n} به V_{2n+1} می رسد.

$$v(n=0)=0$$

$$\begin{cases} \dfrac{dv}{dt}+v=2 \\ v(2n)=V_{2n} \end{cases} \Rightarrow v(t)=2+(V_{2n}-2)e^{-(t-2n)} \Rightarrow v(t=2n+1)=V_{2n+1}=2+(V_{2n}-2)e^{-1}$$

مسئله شماره نه - ادامه

- **سوال نهم:** با توجه به ورودی صفر، در فاصله 2n+1 تا 2n+2 خازن تخلیه می شود، از V_{2n+1} به V_{2n+2} می رسد.

$$\begin{cases} \frac{dv}{dt}+v=0 \\ v(2n+1)=V_{2n+1} \end{cases} \Rightarrow v(t)=V_{2n+1}e^{-(t-(2n+1))} \Rightarrow v(t=2n+2)=V_{2n+2}=V_{2n+1}e^{-1}$$

- در نتیجه داریم:

$$\begin{cases} v(n=0)=0 \\ V_{2n+1}=2+(V_{2n}-2)e^{-1} \\ V_{2n+2}=V_{2n+1}e^{-1} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} V(1)=2\left(1-e^{-1}\right) \\ V(2)=V(1)e^{-1}=2\left(1-e^{-1}\right)e^{-1} \\ V(3)=2+(V_2-2)e^{-1}=2+2\left(e^{-1}-e^{-2}-1\right)e^{-1} \\ V_4=V_3e^{-1}=\left(2+2\left(e^{-1}-e^{-2}-1\right)e^{-1}\right)e^{-1} \end{cases}$$

مسئله شماره نه - ادامه

- **سوال نهم:** پس از گذشت زمان طولانی، انتظار داریم $V_{2n} = V_{2n+2}$ بشود.

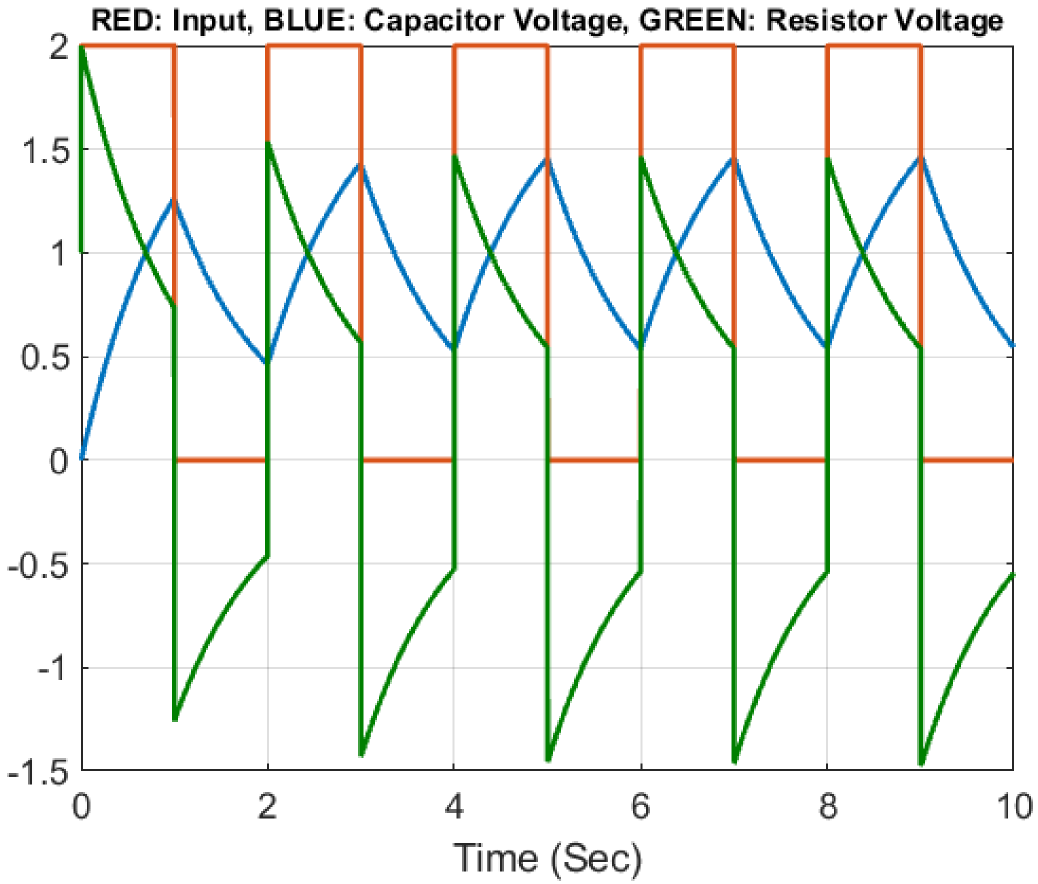
$$\begin{cases} V_{2n+1} = 2 + (V_{2n} - 2)e^{-1} \\ V_{2n+2} = V_{2n+1}e^{-1} = V_{2n} \end{cases} \Rightarrow V_{2n+1} = 2 + (V_{2n+1}e^{-1} - 2)e^{-1}$$

$$V_{2n+1} = 2\frac{1-e^{-1}}{1-e^{-2}} = \frac{2}{1+e^{-1}}$$

$$V_{2n} = V_{2n+1}e^{-1} = \frac{2e^{-1}}{1+e^{-1}}$$

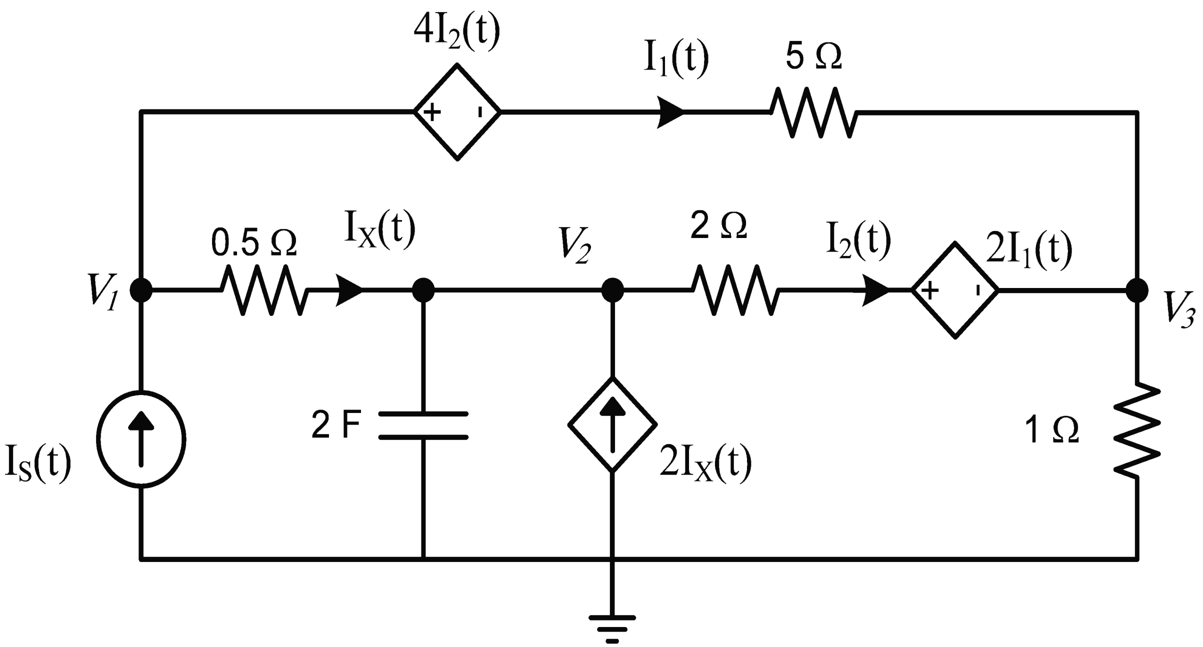
مسئله شماره نه - ادامه

- **سوال نهم**: رسم: ولتاژ دو سر مقاومت برابر اختلاف ولتاژ ورودی و ولتاژ دو سر خازن است.



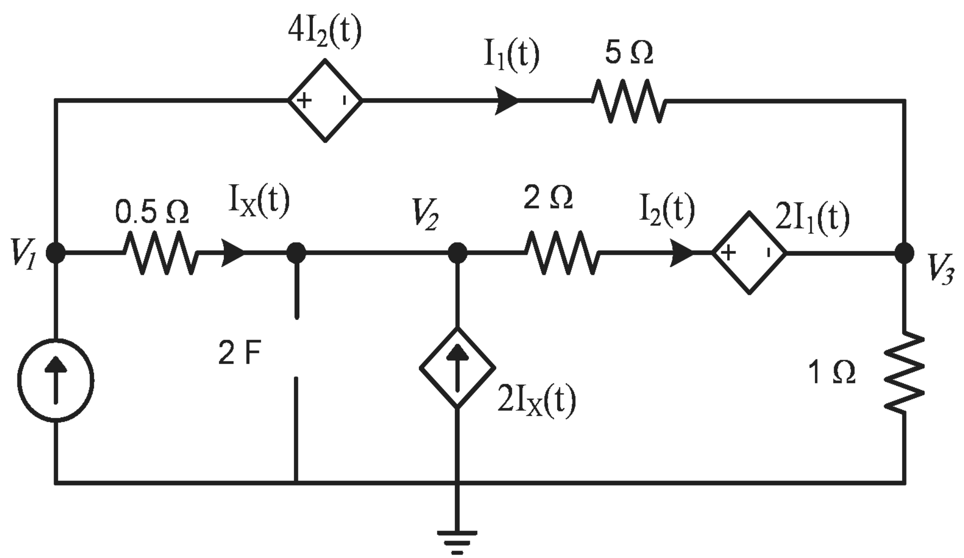
مسئله شماره ده

- **سوال دهم:** در مدار شکل روبرو پاسخ ضربه متغیر V2 و پاسخ پله جریان I1 را بدست آورید.



مسئله شماره ده

- **سوال دهم:** ابتدا با آنالیز گره ولتاژ مدار باز دو سر خازن را محاسبه می کنیم



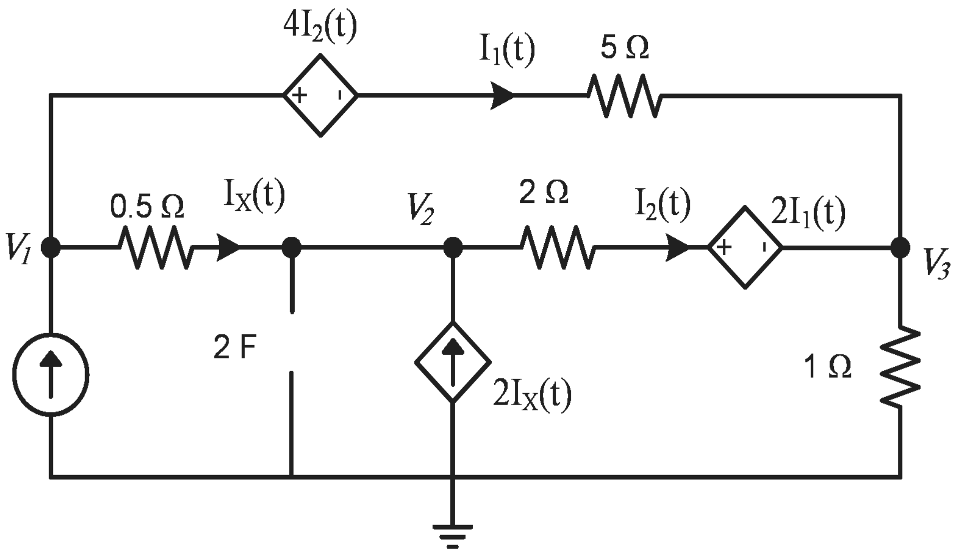
$$\begin{cases} \dfrac{V_1 - V_2}{0.5} + \dfrac{V_1 - 4I_2 - V_3}{5} = I_s \\ \dfrac{V_2 - V_1}{0.5} - 2I_x + \dfrac{V_2 - 2I_1 - V_3}{2} = 0 \\ \dfrac{V_3}{1} + \dfrac{V_3 + 2I_1 - V_2}{2} + \dfrac{V_3 + 4I_2 - V_1}{5} = 0 \end{cases}$$

$$\left. \begin{array}{l} I_1 = \dfrac{V_1 - 4I_2 - V_3}{5} \\ I_2 = \dfrac{V_2 - 2I_1 - V_3}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{cases} I_1 = V_1 - 2V_2 + V_3 \\ I_2 = \dfrac{-2V_1 + 5V_2 - 3V_3}{2} \end{cases}$$

$$I_x = \frac{V_1 - V_2}{0.5}$$

مسئله شماره ده

- **سوال دهم:** ابتدا با آنالیز گره ولتاژ مدار باز دو سر خازن را محاسبه می کنیم

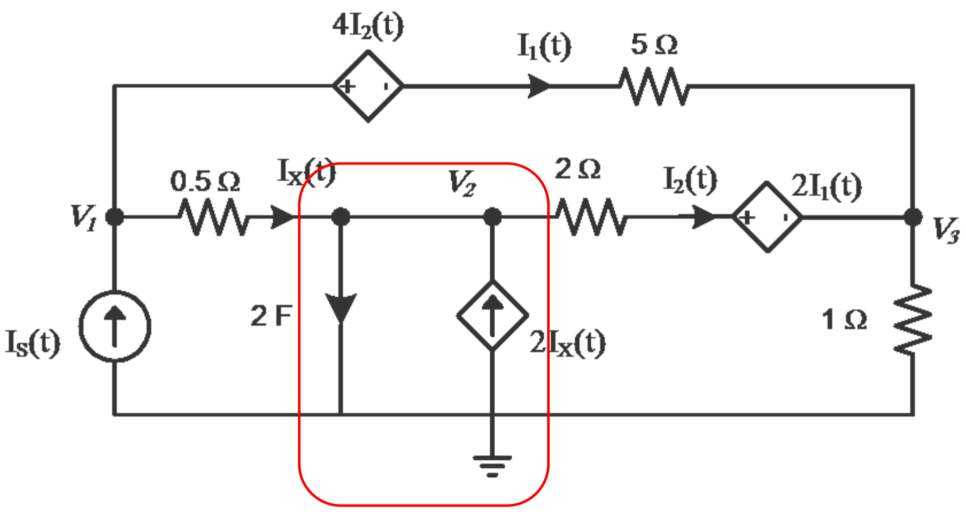


$$\begin{cases} 3V_1 - 4V_2 + V_3 = I_s \\ -14V_1 + 17V_2 - 3V_3 = 0 \\ -V_2 - 3V_3 = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} V_1 = -\dfrac{24}{5} I_s \\ V_2 = -\dfrac{21}{5} I_s \Rightarrow v_{oc} = V_2 = -\dfrac{21}{5} I_s \\ V_3 = -\dfrac{7}{5} I_s \end{cases}$$

مسئله شماره ده

- **سوال دهم:** ابتدا با آنالیز گره جریان اتصال کوتاه را محاسبه می کنیم (جعبه قرمز زمین است)



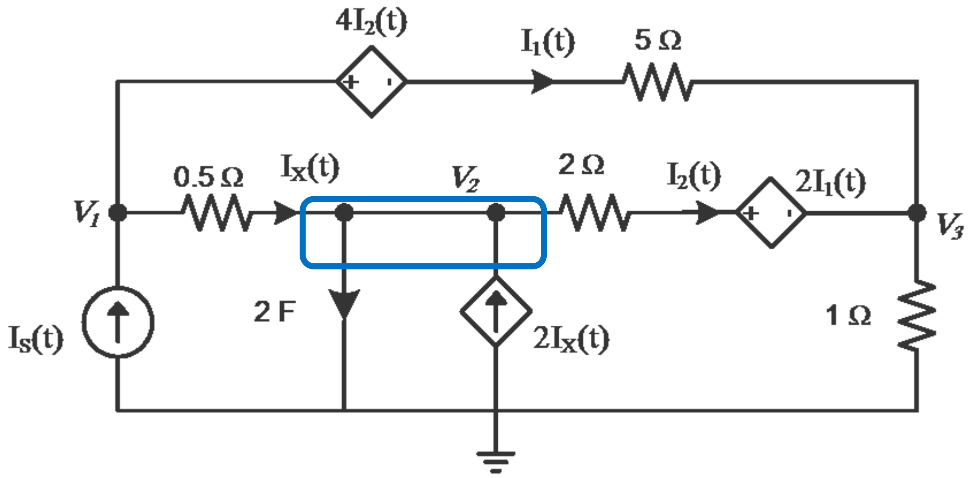
$$\begin{cases} \dfrac{V_1}{0.5} + \dfrac{V_1 - 4I_2 - V_3}{5} = I_s \\ \dfrac{V_3}{1} + \dfrac{V_3 + 2I_1}{2} + \dfrac{V_3 + 4I_2 - V_1}{5} = 0 \end{cases}$$

$$\left.\begin{aligned} I_1 &= \frac{V_1 - 4I_2 - V_3}{5} \\ I_2 &= \frac{-2I_1 - V_3}{2} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \begin{cases} I_1 = V_1 + V_3 \\ I_2 = \dfrac{-2V_1 - 3V_3}{2} \end{cases}$$

$$I_x = \frac{V_1}{0.5}$$

مسئله شماره ده

- **سوال دهم:** ابتدا با آنالیز گره جریان اتصال کوتاه را محاسبه می کنیم محاسبه جریان اتصال کوتاه خازن با KCL در جعبه آبی محاسبه می شود.



$$\left.\begin{aligned} V_1 &= \frac{1}{3}I_s \\ V_3 &= 0 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \begin{cases} I_2 = \dfrac{-2V_1 - 3V_3}{2} = -\dfrac{1}{3}I_s \\ I_x = \dfrac{V_1}{0.5} = \dfrac{2}{3}I_s \end{cases}$$

$$-I_x + I_{SC} - 2I_x + I_2 = 0 \rightarrow I_{SC} = 3I_x - I_2 = \frac{7}{3}I_s$$

$$Rth = \frac{V_{oc}}{I_{SC}} = \frac{-21/5}{7/3} = -\frac{9}{5}$$

مسئله شماره ده

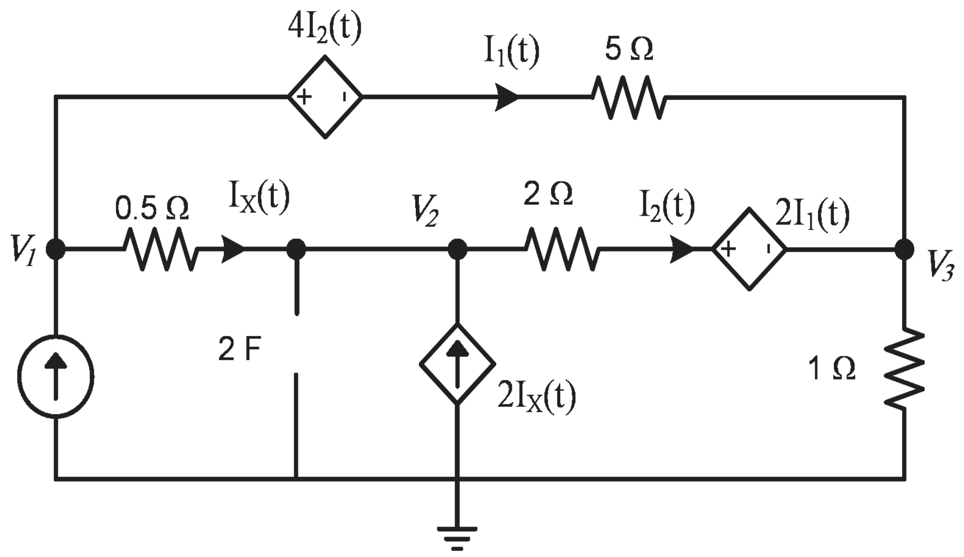
- **سوال دهم:** برای متغیر خواسته شده؛ پاسخ پله را بدست می آوریم و مشتق می گیریم.

$$V_{oc} = -\frac{21}{5} I_s , \quad \tau = Rth \times C = -\frac{18}{5} \xrightarrow{I_s = u(t)} s_{V2}(t) = -\frac{21}{5}\left(1 - e^{\frac{5t}{18}}\right) u(t)$$

$$h_{V2} = \frac{ds_{V2}(t)}{dt} = \frac{7}{6} e^{\frac{5t}{18}} u(t)$$

مسئله شماره ده

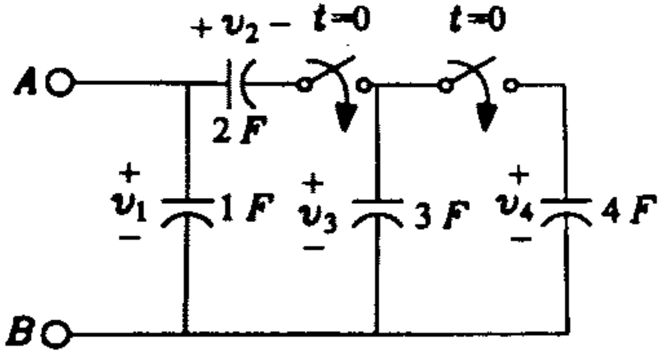
- **سوال دهم:** برای پاسخ پله متغیر I_1: ثابت زمانی معلوم است، مقدار اولیه صفر است که تغیر نمی کند، مقدار نهایی بر اساس شرایط Voc به ازای ورودی پله قابل محاسبه است:



$$\begin{cases} V_1 = -\dfrac{24}{5}\times 1 \\ V_2 = -\dfrac{21}{5}\times 1 \Rightarrow I_1(\infty) = V_1 - 2V_2 + V_3 = \dfrac{-24+2\times 21-7}{5} = \dfrac{11}{5} \\ V_3 = -\dfrac{7}{5}\times 1 \end{cases}$$

$$s_{I2}(t) = \frac{11}{5}\left(1 - e^{\frac{5t}{18}}\right)u(t)$$

مسئله یک فصل چهار کتاب



شکل (مسألة ٤-١)

$$v_1(0^+)=\frac{87}{23}$$
$$v_2(0^+)=\frac{14}{23}$$
$$v_3(0^+)=\frac{73}{23}$$
$$v_4(0^+)=\frac{73}{23}$$
$$C=1+\frac{2\times(3+4)}{2+(3+4)}=\frac{23}{9}F$$

- حل:

$$v_1(0^-)=1,\quad v_2(0^-)=2,\quad v_3(0^-)=3,\quad v_4(0^-)=4$$

$$\text{KVL \#1}: v_3(0^+)=v_4(0^+)$$

$$\text{KVL \#2}: v_1(0^+)=v_2(0^+)+v_4(0^+)$$

$$\text{KCL @1}: \quad 2\frac{dv_2}{dt}=3\frac{dv_3}{dt}+4\frac{dv_4}{dt}$$

$$\xrightarrow{\int_{0^-}^{0^+}\{\}} 2\left(v_2(0^+)-v_2(0^-)\right)=3\left(v_3(0^+)-v_3(0^-)\right)+4\left(v_4(0^+)-v_4(0^-)\right)$$

$$2v_2(0^+)-3v_3(0^+)-4v_4(0^+)=-21$$

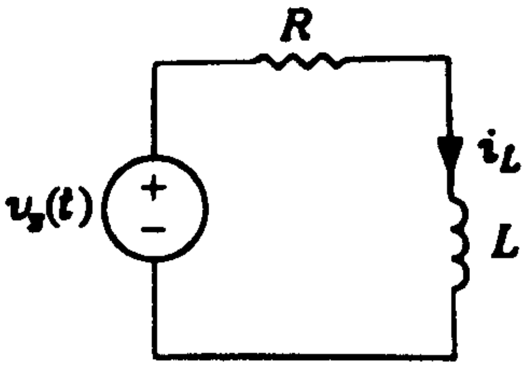
$$\text{KCL @2}: \quad 2\frac{dv_2}{dt}+1\frac{dv_1}{dt}=0$$

$$\xrightarrow{\int_{0^-}^{0^+}\{\}} 2\left(v_2(0^+)-v_2(0^-)\right)+1\left(v_1(0^+)-v_1(0^-)\right)=0$$

$$2v_2(0^+)+1v_1(0^+)=5$$

مسئله یک فصل چهار کتاب

- حل: فرض می کنیم شرایط اولیه سلف، صفر است. ابتدا پاسخ ویژه را بدست می آوریم و ضریب حالت گذرا را صفر می کنیم.



شکل (مسألهٔ ٤-١٢)

$$L\frac{di_L}{dt}+Ri_L=V_m\cos(\omega t+\varphi)$$

$$\text{Particular Response}: i_{L,p}=V_L\cos(\omega t+\varphi-\theta)$$

$$L\frac{d\left(V_L\cos(\omega t+\varphi-\theta)\right)}{dt}+R\left(V_L\cos(\omega t+\varphi-\theta)\right)=V_m\cos(\omega t+\varphi)$$

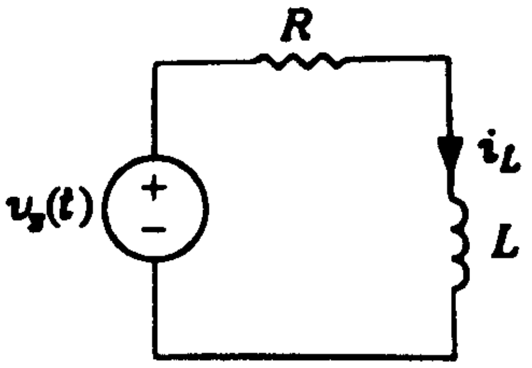
$$-L\omega V_L\sin(\omega t+\varphi-\theta)+RV_L\cos(\omega t+\varphi-\theta)=V_m\cos(\omega t+\varphi)$$

$$\sqrt{(L\omega)^2+R^2}V_L\cos\left(\omega t+\varphi-\theta+\tan^{-1}\left(-\frac{-L\omega V_L}{RV_L}\right)\right)=V_m\cos(\omega t+\varphi)$$

$$\rightarrow V_L=\frac{V_m}{\sqrt{(L\omega)^2+R^2}},\ \theta=\tan^{-1}\left(\frac{L\omega}{R}\right)$$

مسئله یک فصل چهار کتاب

- حل: فرض می کنیم شرایط اولیه سلف، صفر است. ابتدا پاسخ ویژه را بدست می آوریم و ضریب حالت گذرا را صفر می کنیم.



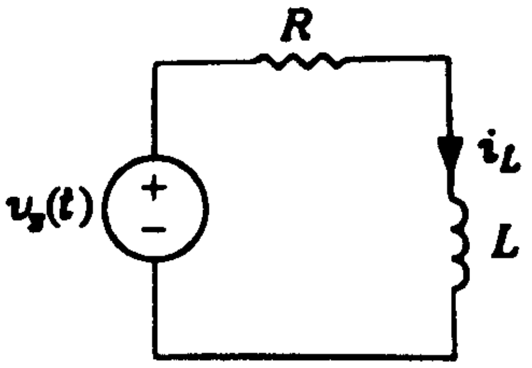
شکل (مسألهٔ ٤-١٢)

$$i_L(t) = ke^{-\frac{Rt}{L}} + V_L\cos(\omega t + \varphi - \theta) \xrightarrow{i_L(0)=0,k=0} V_L\cos(\varphi - \theta) = 0$$

$$\varphi - \underbrace{\tan^{-1}\left(\frac{L\omega}{R}\right)}_{\theta} = \pm\frac{\pi}{2} \rightarrow \varphi = \tan^{-1}\left(\frac{L\omega}{R}\right) \pm \frac{\pi}{2} = -\tan^{-1}\left(\frac{R}{L\omega}\right)$$

مسئله یک فصل چهار کتاب

- حل: فرض می کنیم شرایط اولیه سلف، صفر است. ابتدا پاسخ ویژه را بدست می آوریم و ضریب حالت گذرا را صفر می کنیم.



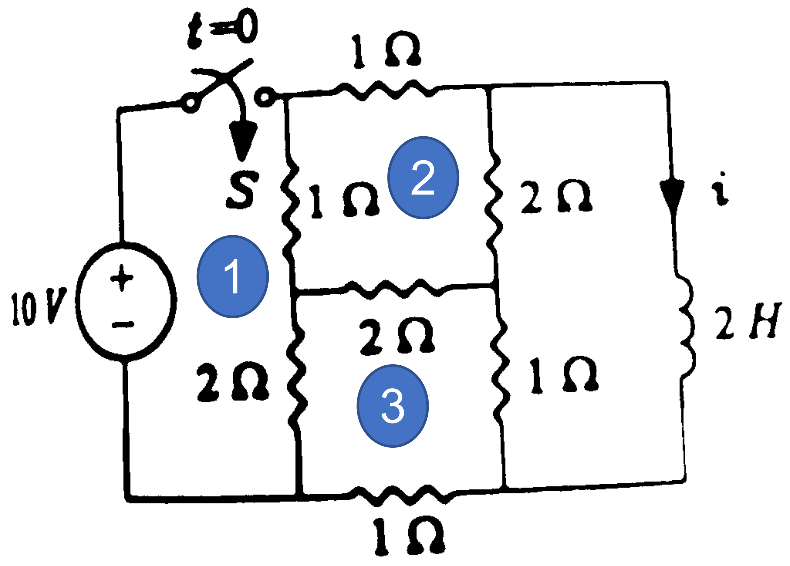
شکل (مسألة ٤-١٢)

$$i_L(t)=ke^{-\frac{Rt}{L}}+V_L\cos(\omega t+\varphi-\theta)\xrightarrow{i_L(0)=0,k=0}V_L\cos(\varphi-\theta)=0$$

$$\varphi-\underbrace{\tan^{-1}\left(\frac{L\omega}{R}\right)}_{\theta}=\pm\frac{\pi}{2}\rightarrow\varphi=\tan^{-1}\left(\frac{L\omega}{R}\right)\pm\frac{\pi}{2}=-\tan^{-1}\left(\frac{R}{L\omega}\right)$$

مسئله 17 فصل چهار کتاب

- حل: ابتدا ولتاژ مدار باز



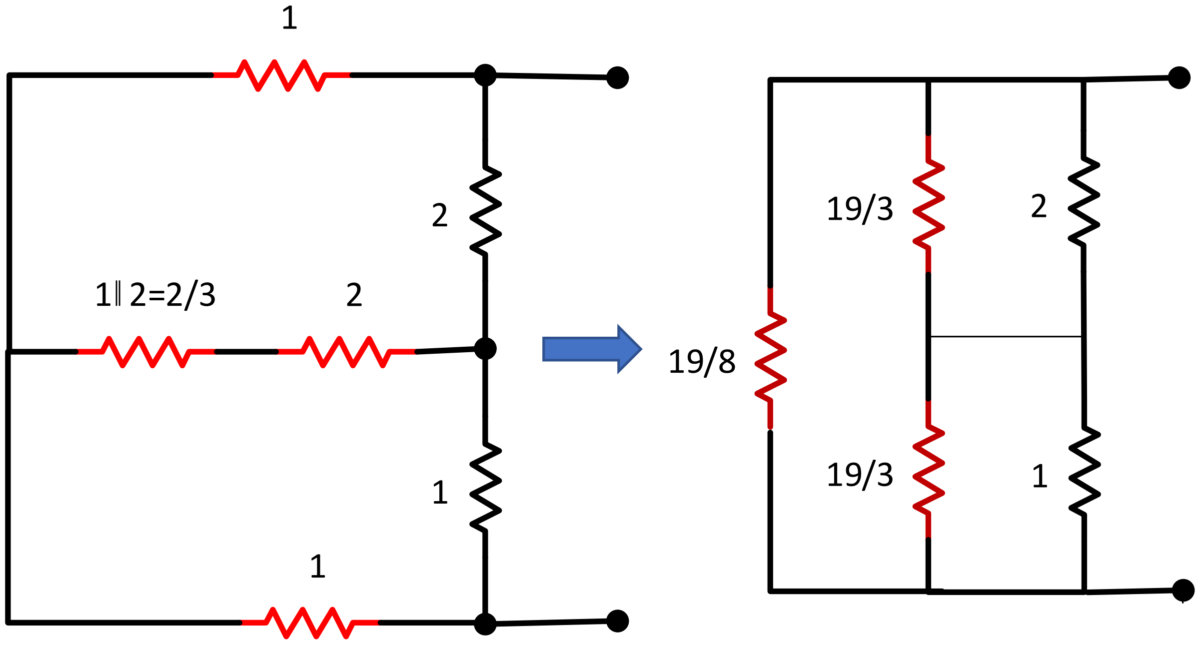
شکل (مسألة ٤-١٧)

$$\begin{cases} 1\times(I_1-I_2)+2\times(I_1-I_3)=10 \\ 3\times I_2+2\times(I_2-I_3)+1\times(I_2-I_1)=0 \\ 2\times I_3+2\times(I_3-I_2)+2\times(I_3-I_1)=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3I_1-I_2-2I_3=10 \\ -I_1+6I_2-2I_3=0 \\ -2I_1-2I_2+6I_3=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} I_1=\dfrac{160}{29} \\ I_2=\dfrac{50}{29} \quad \rightarrow v_{oc}=2I_2+1I_3=\dfrac{170}{29} \\ I_3=\dfrac{70}{29} \end{cases}$$

مسئله 17 فصل چهار کتاب - ادامه

- حل: سپس مقاومت معادل (تبدیل ستاره قرمز به مثلث قرمز) و ...



$$R_{th}=\left(2\left\|\frac{19}{3}+1\right\|\frac{19}{3}\right)\left\|\frac{19}{8}\right.=\frac{69}{58}=1.1897$$

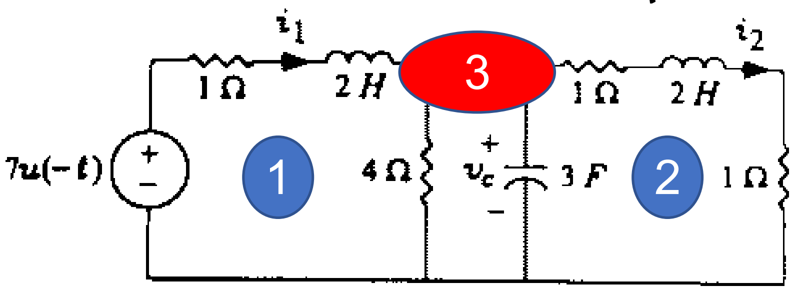
$$\tau=\frac{L}{R_{th}}=\frac{2}{69/58}=\frac{116}{69}=1.6812$$

$$i_L(0)=0,\quad i_L(\infty)=\frac{v_{oc}}{R_{th}}=\frac{170/29}{69/58}=\frac{340}{69}=4.9275$$

$$i_L(t)=4.9275\left(1-e^{-\frac{t}{1.6812}}\right)$$

مسئله 27 فصل چهار کتاب

- حل: محاسبه صفر منفی و صفر مثبت (ورودی ضربه نداریم):



شکل (مسألة ٤-٢٧)

$$\begin{cases} i_1\left(0^-\right)=\dfrac{7}{1+4\|(1+1)}=3 \\ i_2\left(0^-\right)=\dfrac{4}{4+(1+1)}i_1\left(0^-\right)=2 \\ v_c\left(0^-\right)=(1+1)\times i_2\left(0^-\right)=4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} i_1\left(0^+\right)==3 \\ i_2\left(0^+\right)=2 \\ v_c\left(0^+\right)=4 \end{cases}$$

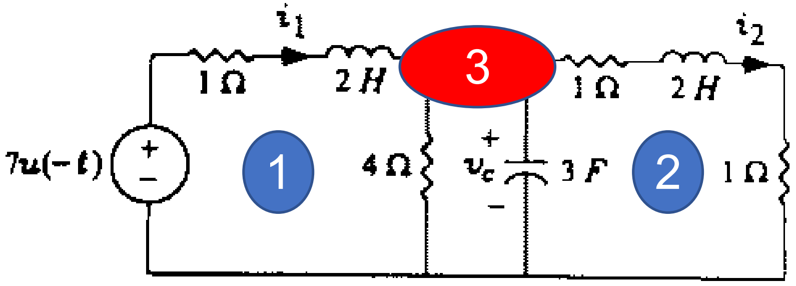
- روابط KCL:

$$\text{KVL@1}\ :1\times i_1(t)+2\frac{di_1(t)}{dt}+v_c(t)=7u(-t)\xrightarrow[i_L\left(0^+\right)=i_L\left(0^-\right)]{v_c\left(0^+\right)=v_c\left(0^-\right),\,t=0^+}\left.\frac{di_1(t)}{dt}\right|_{0^+}=\frac{0-v_c\left(0^+\right)-i_1\left(0^+\right)}{2}=-\frac{7}{2}$$

$$\text{KVL@2}\ :1\times i_2(t)+2\frac{di_2(t)}{dt}+1\times i_2(t)=v_c(t)\xrightarrow[i_L\left(0^+\right)=i_L\left(0^-\right)]{v_c\left(0^+\right)=v_c\left(0^-\right),\,t=0^+}\left.\frac{di_2(t)}{dt}\right|_{0^+}=\frac{v_c\left(0^+\right)-2i_2\left(0^+\right)}{2}=0$$

مسئله 27 فصل چهار کتاب - ادامه

- حل: ادامه
- رابطه KCL:



شکل (مسألة ٤-٢٧)

$$\text{KCL@3 }: -i_1(t)+i_2(t)+\frac{v_c(t)}{4}+3\frac{dv_c(t)}{dt}=0$$

$$\xrightarrow[i_L(0^+)=i_L(0^-)]{v_c(0^+)=v_c(0^-),\,t=0^+} \left.\frac{dv_c(t)}{dt}\right|_{0^+}=\frac{i_1(0^+)-i_2(0^+)-v_c(0^+)/4}{3}=0$$

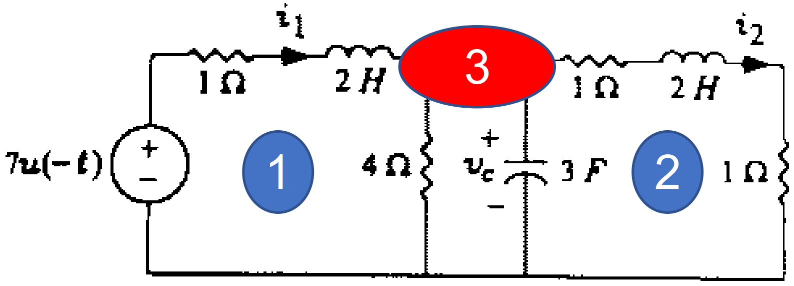
- با مشتقگیری از روابط KVL :

$$\text{KVL@1 }: 1\times\frac{di_1(t)}{dt}+2\frac{d^2i_1(t)}{dt^2}+\frac{dv_c(t)}{dt}=-7\delta(t)\rightarrow \left.\frac{d^2i_1(t)}{dt^2}\right|_{t=0^+}=\frac{-7\delta(0^+)-(-3.5)-0}{2}=\frac{7}{4}$$

$$\text{KVL@2 }: 1\times\frac{di_2(t)}{dt}+2\frac{d^2i_2(t)}{dt^2}+1\times\frac{di_2(t)}{dt}=\frac{dv_c(t)}{dt}\rightarrow \left.\frac{d^2i_2(t)}{dt^2}\right|_{0^+}=\frac{0-2\times 0}{2}=0$$

مسئله 27 فصل چهار کتاب - ادامه

- حل: ادامه
- با مشتقگیری از رابطه KCL:

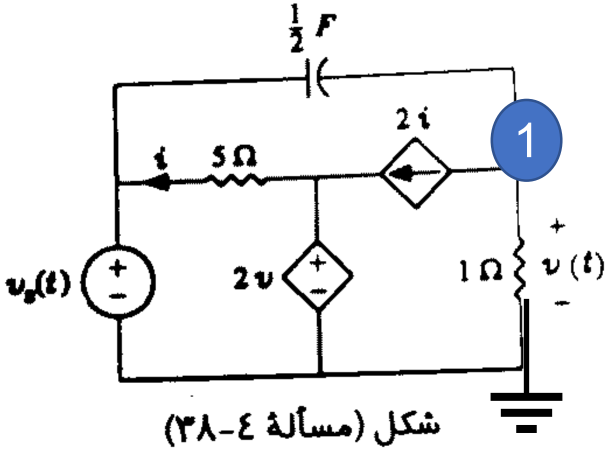


شکل (مسألة ٤-٢٧)

$$\text{KCL@3}\ :-\frac{di_1(t)}{dt}+\frac{di_2(t)}{dt}+\frac{1}{4}\frac{dv_c(t)}{dt}+3\frac{d^2v_c(t)}{dt^2}=0\rightarrow\left.\frac{d^2v_c(t)}{dt^2}\right|_{0^+}=\frac{-3.5-0-(1/4)\times 0}{3}=-\frac{7}{6}$$

مسئله 38 فصل چهار کتاب - ادامه

- حل: محاسبه صفر منفی و صفر مثبت (ورودی ضربه نداریم):



شکل (مسألهٔ ٤-٣٨)

$$v_s(t)=u(t),$$

$$\text{KCL@\#1}: \frac{v(t)}{1}+2i(t)+\frac{1}{2}\frac{d}{dt}\big(v(t)-u(t)\big)=0, \quad i(t)=\frac{2v(t)-u(t)}{5}$$

$$\frac{v(t)}{1}+2\left(\frac{2v(t)-u(t)}{5}\right)+\frac{1}{2}\frac{d}{dt}\big(v(t)-u(t)\big)=0$$

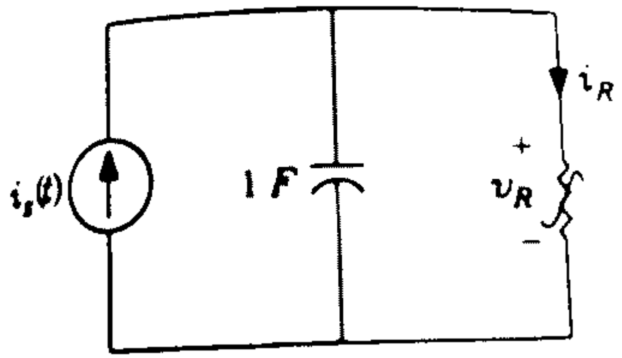
$$\frac{dv(t)}{dt}+\frac{18}{5}v(t)=\frac{4}{5}u(t)+\delta(t)\xrightarrow{t>0}\frac{dv(t)}{dt}+\frac{18}{5}v(t)=\frac{4}{5}\rightarrow y_p(t)=\frac{\frac{4}{5}}{\frac{18}{5}}=\frac{2}{9}$$

$$\int_{0^-}^{0^-}\left\{\frac{dv(t)}{dt}+\frac{18}{5}v(t)=\frac{4}{5}u(t)+\delta(t)\right\}=0\rightarrow v\left(0^+\right)=1$$

$$v(t)=\left(\frac{2}{9}+ke^{-\frac{18}{5}t}\right)u(t)\xrightarrow{v\left(0^+\right)=1}v(t)=\left(\frac{2}{9}+\frac{7}{9}e^{-\frac{18}{5}t}\right)u(t)$$

مسئله 50 فصل چهار کتاب

- ابتدا پاسخ پله: $i_R = v_R^2$



شکل (مسألة ٤-٥٠)

$$\begin{cases} v_c(t) = v_R(t) = v \\ i_R + 1 \times \dfrac{dv_c}{dt} = i_s(t) \end{cases} \Rightarrow \frac{dv}{dt} + v^2 = i_s(t)$$

Step Response : $v(t) = s(t)$

$$\frac{ds}{dt} + s^2 = u(t) \xrightarrow{\int_{0^-}^{0^+}} s(0^+) = 0$$

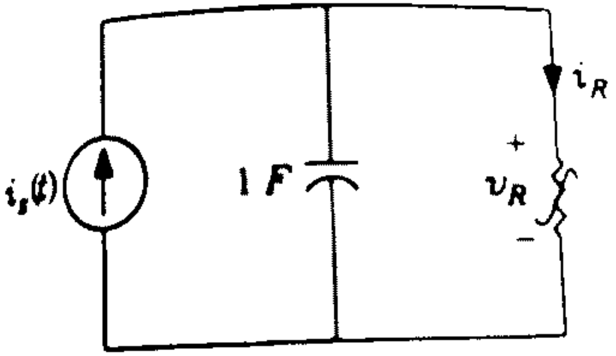
$$\frac{ds}{dt} + s^2 = 1$$

$$\frac{ds}{1-s^2} = \left(\frac{0.5}{1-s} + \frac{0.5}{1+s}\right) ds = dt \rightarrow -0.5Ln(1-s) + 0.5Ln(1+s) = t + k$$

$$\xrightarrow{s(0^+)=0} k = 0 \rightarrow Ln\left(\frac{1+s}{1-s}\right) = 2t \rightarrow \frac{1+s}{1-s} = \frac{e^{2t}}{1} \Rightarrow s(t) = \frac{e^{2t}-1}{e^{2t}-1} u(t)$$

مسئله 50 فصل چهار کتاب - ادامه

- حال پاسخ ضربه: $i_R = v_R^2$



شکل (مسألة ٤-٥٠)

Impulse Response : $v(t) = h(t)$

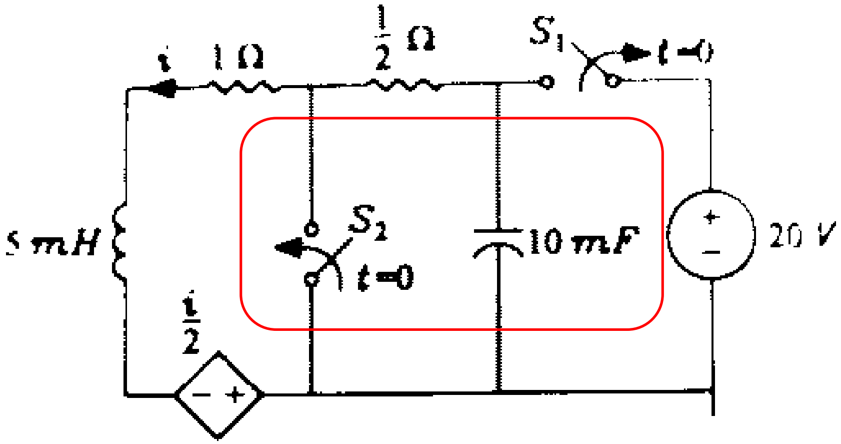
$$\frac{dh}{dt} + h^2 = \delta(t) \xrightarrow{\int_{0^-}^{0^+}} h(0^+) = 1$$

$$\frac{dh}{dt} + h^2 = 0 \rightarrow \frac{dh}{h^2} = -dt \rightarrow -\frac{1}{h} = -t + k$$

$$\xrightarrow{h(0^+)=1} k = -1 \rightarrow h(t) = \frac{1}{t+1} u(t)$$

- واضح است که $\frac{ds(t)}{dt} \neq h(t)$

مسئله 55 فصل چهار کتاب



شکل (مسألة ٤-٥٥)

- ابتدا محاسبه صفر منفی:

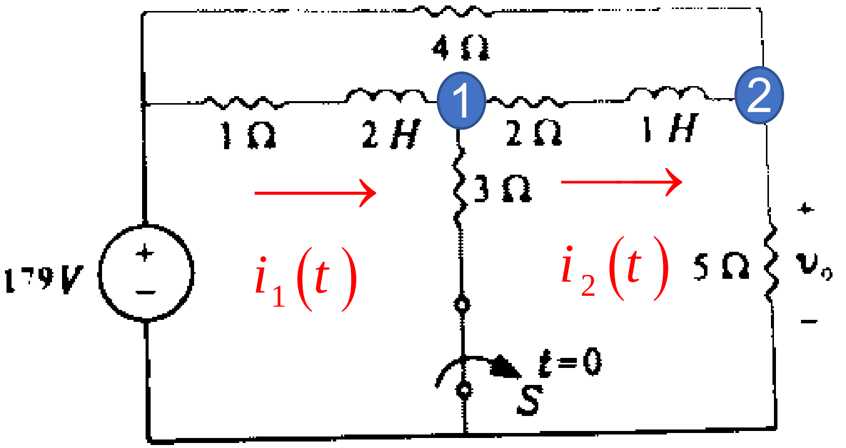
$$v_c\left(0^-\right)=20$$

$$\frac{1}{2}i\left(0^-\right)+1\times i\left(0^-\right)-\frac{i\left(0^-\right)}{2}=20\rightarrow i\left(0^-\right)=20$$

- پس از تغییر وضعیت کلیدها دو مدار ورودی صفر ساده داریم (شرایط هم عوض نمی شود)
- مدار خازنی (مدار RC ساده ورودی صفر): $v_c(t)=20e^{-\frac{t}{0.5\times 0.01}}=20e^{-200}$
- مدار سلفی:

$$1\times i+0.005\frac{di}{dt}-\frac{i}{2}=0\rightarrow\frac{di}{dt}+100i=0\Rightarrow i\left(t\right)=20e^{-100t}$$

مسئله 67 فصل چهار کتاب



شکل (مسألة ٤-٦٧)

- ابتدا محاسبه صفر منفی (سلفها اتصال کوتاه):

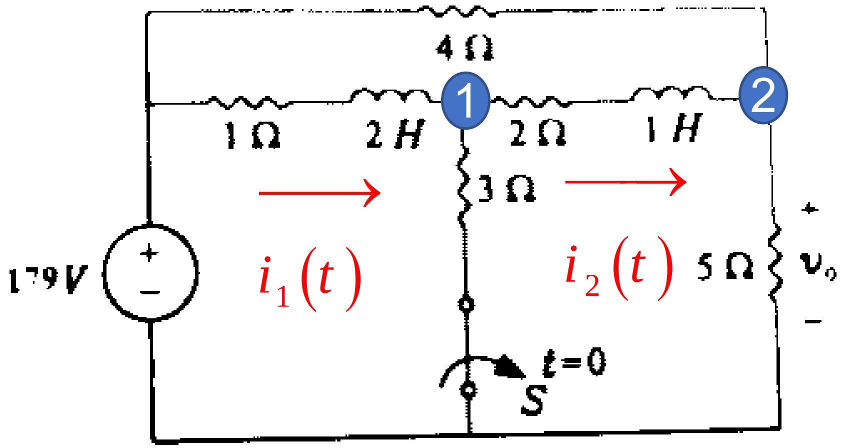
$$\begin{cases} \text{KCL@1}: \dfrac{v_1-179}{1}+\dfrac{v_1}{3}+\dfrac{v_1-v_o}{2}=0 \\ \text{KCL@2}: \dfrac{v_o}{5}+\dfrac{v_o-v_1}{2}+\dfrac{v_o-179}{4}=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_1(0^-)=129 \\ v_o(0^-)=115 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} i_1(0^-)=50 \\ i_2(0^-)=7 \end{cases}$$

- i_1 و i_2 جریان سلفها هستند.
- پس از باز شدن کلید در گره (1) یک گره خالص سلفی داریم.
- معادله مش (در مش بزرگ بوجود آمده پس از باز شدن کلید) و معادله KCL در گره (2) را می نویسیم:
- توجه داریم برای زمانهای t>0 داریم: $i_2 = i_1$

$$1\times i_1+2\frac{di_1}{dt}+2i_2+\frac{di_2}{dt}+v_o=179$$

$$i_2+\frac{179-v_o}{4}=\frac{v_o}{5}$$

مسئله 67 فصل چهار کتاب - ادامه



شکل (مسألهٔ ٤-٦٧)

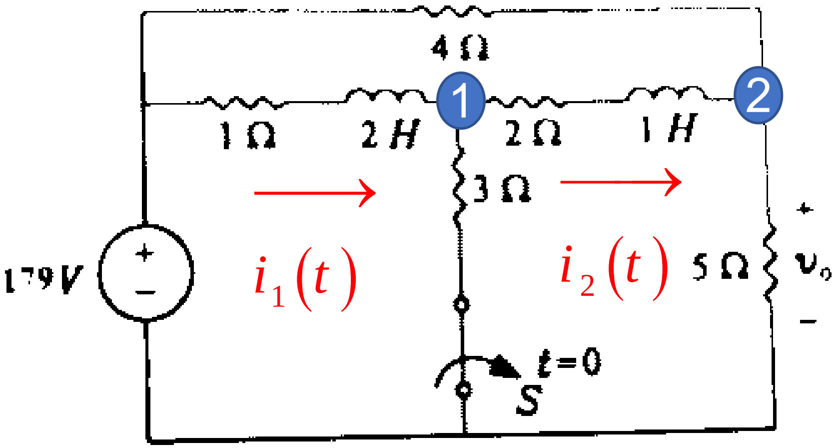
- حال محاسبه صفر مثبت (سلفها):

$$\int_{0^-}^{0^+}\left\{1\times i_1+2\frac{di_1}{dt}+2i_2+\frac{di_2}{dt}+v_o=179\right\}dt=0$$

$$2\left(i_1(0^+)-i_1(0^-)\right)+\left(i_2(0^+)-i_2(0^-)\right)=0$$

$$\xrightarrow{i_2(0^+)=i_1(0^+)} i_2(0^+)=i_1(0^+)=\frac{50\times 2+7\times 1}{2+1}=\frac{107}{3}$$

مسئله 67 فصل چهار کتاب - ادامه



شکل (مسألهٔ ٤-٦٧)

- حال معادله دیفرانسیل برای زمانهای t>0:

$$i_1 = i_2 \quad \{t > 0\}$$

$$i_2 + \frac{179 - v_o}{4} = \frac{v_o}{5} \rightarrow v_o = \frac{20}{9} i_2 + \frac{895}{9}$$

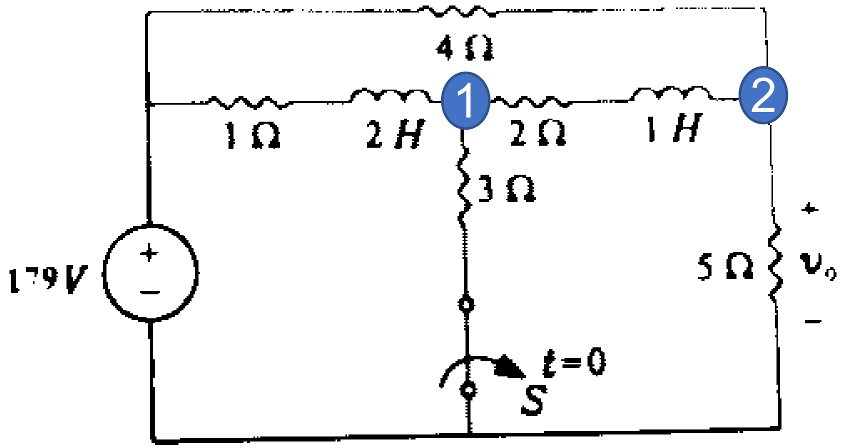
$$1 \times i_2 + 2\frac{di_2}{dt} + 2i_2 + \frac{di_2}{dt} + v_o = 3i_2 + 3\frac{di_2}{dt} + \frac{20}{9} i_2 + \frac{895}{9} = 179$$

$$\frac{di_2}{dt} + \frac{47}{27} i_2 = \frac{716}{27}$$

$$\rightarrow i_2(t) = \frac{716}{47} + \frac{2881}{141} e^{-\frac{47}{27}t}$$

$$v_o = \frac{20}{9}\left(\frac{716}{47} + \frac{2881}{141} e^{-\frac{47}{27}t}\right) + \frac{895}{9} = \frac{6265}{47} + \frac{57620}{1269} e^{-\frac{47}{27}t}$$

مسئله 67 فصل چهار کتاب - ادامه



شکل (مسألهٔ ٤-٦٧)

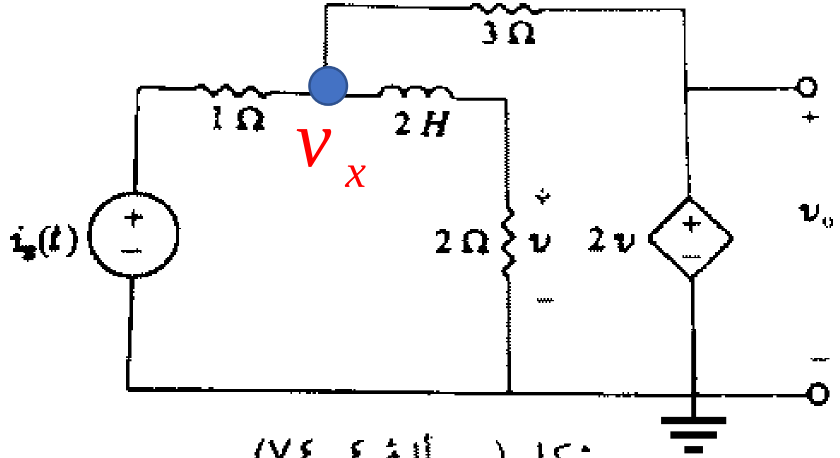
- ابتدا محاسبه صفر منفی (سلفها اتصال کوتاه):

$$\begin{cases} KCL@1: \dfrac{v_1-179}{1}+\dfrac{v_1}{3}+\dfrac{v_1-v_o}{2}=0 \\ KCL@2: \dfrac{v_o}{5}+\dfrac{v_o-v_1}{2}+\dfrac{v_o-179}{4}=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_1(0^-)=129 \\ v_o(0^-)=115 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} i_1(0^-)=50 \\ i_2(0^-)=7 \end{cases}$$

- i_1 و i_2 جریان سلفها هستند.
- پس از باز شدن کلید در گره (1) یک گره خالص سلفی داریم.
- معادله مش (در مش بزرگ بوجود آمده پس از باز شدن کلید) و معادله KCL در گره (2) را می نویسیم:
- توجه داریم برای زمانهای t>0 داریم: $i_2 = i_1$

$$\boxed{\begin{array}{l} 1\times i_1+2\dfrac{di_1}{dt}+2i_2+\dfrac{di_2}{dt}+v_o=179 \\ i_2+\dfrac{179-v_o}{4}=\dfrac{v_o}{5} \end{array}}$$

مسئله 74 فصل چهار کتاب



شکل (مسألهٔ ٤-٧٤)

- در این مدار جریان سلف، $\frac{v}{2}$ است.
- KCL در گره آبی و محاسبه ولتاژ کمکی v_x بر حسب v

$$\begin{cases} v_x = 2\dfrac{d\left(v/2\right)}{dt} + v \\ \dfrac{v_s - v_x}{1} = \dfrac{v}{2} + \dfrac{v_x - 2v}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_x = \dfrac{dv}{dt} + v \\ v_x = \dfrac{1}{8}v + \dfrac{3}{4}v_s \end{cases}$$

$$\frac{dv}{dt} + \frac{7}{8}v = \frac{3}{4}v_s \xrightarrow{v_o = 2v} \frac{dv_o}{dt} + \frac{7}{8}v_o = \frac{3}{2}v_s$$

$$v_s = u(t) \to v_o = \frac{12}{7}\left(1 - e^{-\frac{7}{8}t}\right)u(t)$$

$$v_s = \delta(t) \to v_o = \frac{d}{dt}\left\{\frac{12}{7}\left(1 - e^{-\frac{7}{8}t}\right)u(t)\right\} = \frac{3}{2}e^{-\frac{7}{8}t}u(t)$$