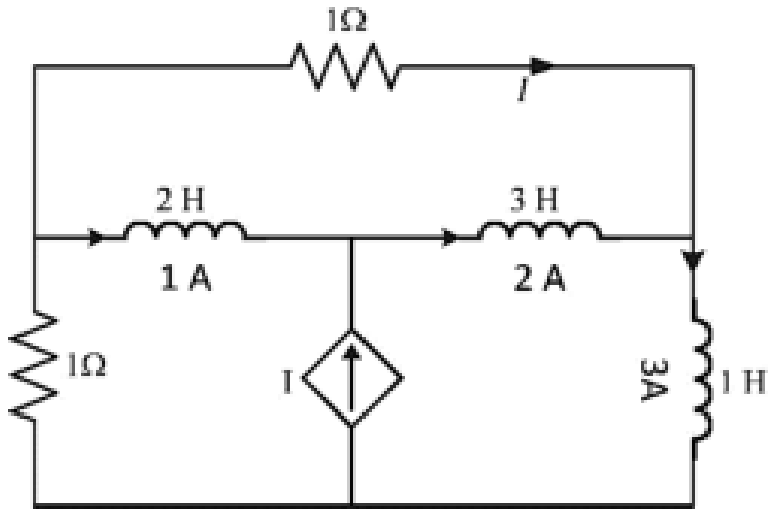
حل تمرین سری ششم

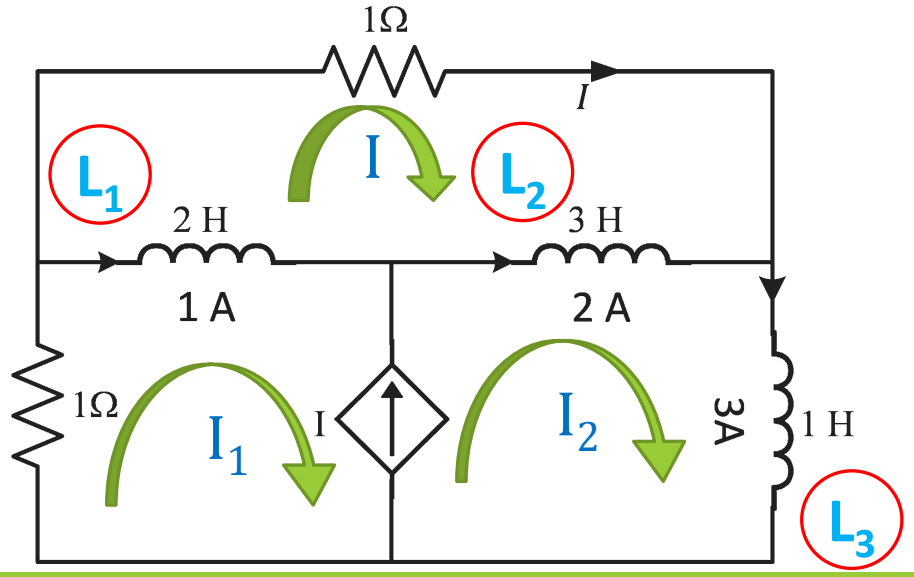
سوال اول: (۲۰ نمره) یک مدار الکتریکی بعد از تغییر وضعیت تعدادی کلید (که در شکل نشان داده **نشده**اند)، به شکل روبرو در آمده است، مقادیر جریان نشان داده شده بر روی سلف‌ها مربوط به **قبل** از تغییر وضعیت کلیدها است، معادله دیفرانسیل متغیر I را نوشته و آن را حل نمایید.



مسئله شماره یک

سوال اول: یک مدار الکتریکی بعد از تغییر وضعیت تعدادی کلید (که در شکل نشان داده نشده‌اند)، به شکل روبرو در آمده است، مقادیر جریان نشان داده شده بر روی سلف‌ها مربوط به قبل از تغییر وضعیت کلیدها است، معادله دیفرانسیل متغیر I را نوشته و آن را حل نمایید.

ایده کلی حل: نوشتن KCL در مش ساده I و مش مرکب $I_1 - I_2$



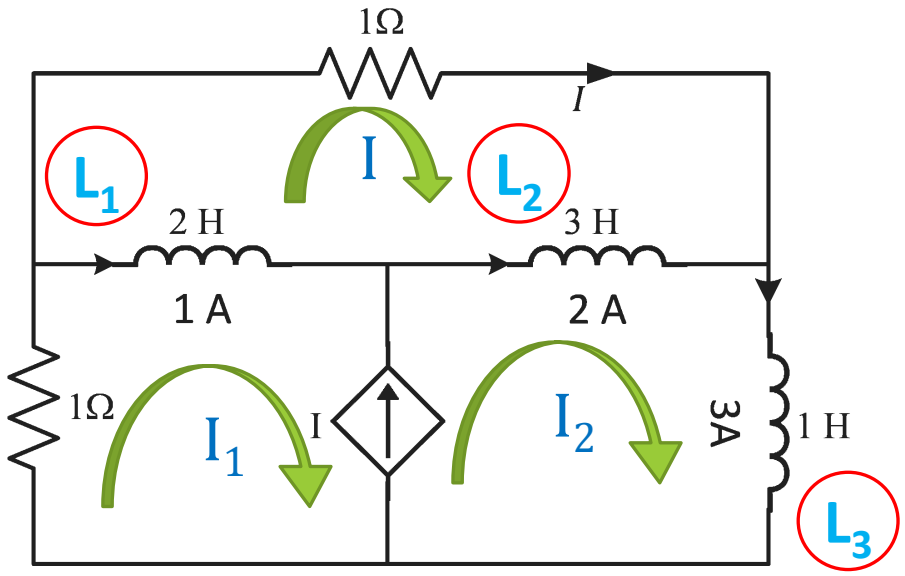
$$1\times I_1 + 2\frac{d\left(I_{L_1}\right)}{dt} + 3\frac{d\left(I_{L_2}\right)}{dt} + \frac{d\left(I_{L_3}\right)}{dt} = 0$$

$$1\times I + 3\frac{d\left(-I_{L_2}\right)}{dt} + 2\frac{d\left(-I_{L_1}\right)}{dt} = 0$$

$$I_2 - I_1 - I = 9$$

مسئله شماره یک

سوال اول: ادامه، با استفاده روابط جریان مش-جریان شاخه ها داریم:



$$\begin{cases} 1\times I_1 + 2\dfrac{d\left(I_1 - I\right)}{dt} + 3\dfrac{d\left(I_2 - I\right)}{dt} + \dfrac{d\left(I_2\right)}{dt} = 0 \\ 1\times I + 3\dfrac{d\left(I - I_2\right)}{dt} + 2\dfrac{d\left(I - I_1\right)}{dt} = 0 \\ I_2 - I_1 - I = 0 \end{cases}$$

$$\therefore$$

$$\begin{cases} Q_1 : \left(6D + 1\right) I_1 - DI = 0 \\ Q_2 : -5DI_1 + \left(2D + 1\right) I = 0 \end{cases}$$

مسئله شماره یک

سوال اول: ادامه، برای حذف متغیر I_1

$$\begin{cases} E_1 = 1.2Q_2 + Q_1 : I_1 + (1.4D + 1.2)I = 0 \\ E_2 = Q_2 \qquad\quad : -5DI_1 + (2D + 1)I = 0 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{I_1 = -(1.4D + 1.2)I}$$

$$(7D^2 + 8D + 1)I = 0$$

$$7I'' + 8I' + I = 0 \rightarrow 7s^2 + 8s + 1 = 0 \rightarrow s = \left\{-1, -\frac{1}{7}\right\}$$

$$I(t) = Ae^{-t} + Be^{-\frac{1}{7}t}$$

برای بررسی احتمال تغییر شرایط اولیه از طرفین رابطه، اسلاید اول $\int_{0^-}^{0^+}(\cdot)$ می گیریم.

مسئله شماره یک

سوال اول: ادامه، برای بررسی احتمال تغییر شرایط اولیه از طرفین رابطه، اسلاید شماره (2) $\int_{0^-}^{0^+}(\cdot)$ می گیریم.

$$\begin{cases} 0+2(I_1-I)-2\times1+3(I_2-I)-3\times2+I_2-3\times1=0 \\ 0+3(I-I_2)+3\times2+2(I-I_1)+2\times1=0 \\ I_2-I_1-I=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2I_1+4I_2-5I=11 \\ -2I_1-3I_2+5I=-8 \\ I_1-I_2+I=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} I_1=2 \\ I_2=3 \\ I=1 \end{cases}$$

در مورد این مسئله خاص نیاز با این انتگرال گیری نبود! چرا؟

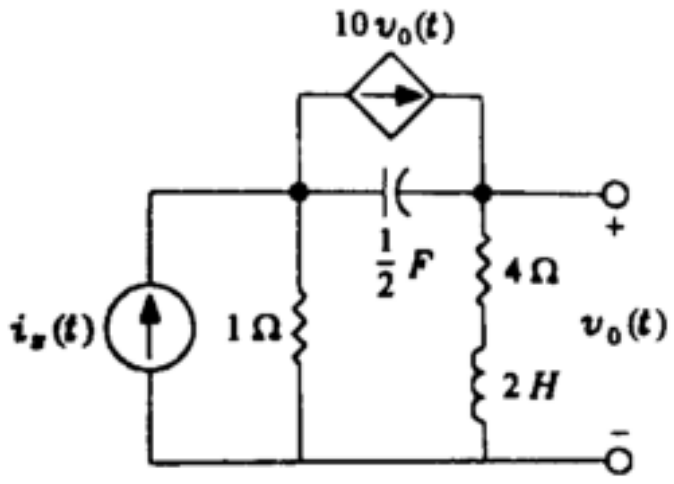
مسئله شماره یک

سوال اول: ادامه، برای محاسبه $\left.\frac{dI}{dt}\right|_{0+}$ روابطه اسلاید (3) را برای صفر مثبت نوشته و با کمک مقادیر اولیه صفحه قبل، دستگاه را حل می کنیم.

$$\begin{cases} 1\times 2+2\left.\frac{dI_1}{dt}\right|_{0+}+4\left.\frac{dI_2}{dt}\right|_{0+}-5\left.\frac{dI}{dt}\right|_{0+}=0 \\ 1\times 1-2\left.\frac{dI_1}{dt}\right|_{0+}-3\left.\frac{dI_2}{dt}\right|_{0+}+5\left.\frac{dI}{dt}\right|_{0+}=0 \\ -\left.\frac{dI_1}{dt}\right|_{0+}+\left.\frac{dI_2}{dt}\right|_{0+}-\left.\frac{dI}{dt}\right|_{0+}=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2\left.\frac{dI_1}{dt}\right|_{0+}+4\left.\frac{dI_2}{dt}\right|_{0+}-5\left.\frac{dI}{dt}\right|_{0+}=-2 \\ -2\left.\frac{dI_1}{dt}\right|_{0+}-3\left.\frac{dI_2}{dt}\right|_{0+}+5\left.\frac{dI}{dt}\right|_{0+}=-1 \\ -\left.\frac{dI_1}{dt}\right|_{0+}+\left.\frac{dI_2}{dt}\right|_{0+}-\left.\frac{dI}{dt}\right|_{0+}=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \left.\frac{dI_1}{dt}\right|_{0+}=-\frac{5}{7} \\ \left.\frac{dI_2}{dt}\right|_{0+}=-3 \\ \left.\frac{dI}{dt}\right|_{0+}=-\frac{16}{7} \end{cases}$$

$$\therefore I(t)=2.5e^{-t}-1.5e^{-\frac{t}{7}},\quad t>0$$

مسئله شماره دو

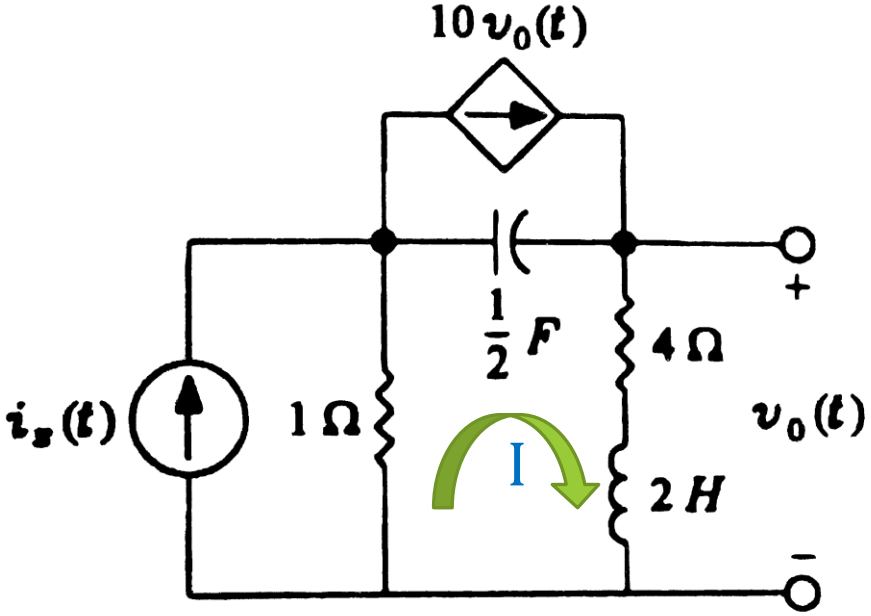


سوال دوم: (۱۵ نمره) در مدار شکل روبرو معادله دیفرانسیل ولتاژ خروجی را نوشته و پاسخ ضربه و پاسخ پله را بدست آورید (هر پاسخ را باید مستقل محاسبه نمایید)

مسئله شماره دو

سوال دوم: در مدار شکل روبرو معادله دیفرانسیل ولتاژ خروجی را نوشته و پاسخ ضربه و پاسخ پله را بدست آورید (هر پاسخ را باید مستقل محاسبه نمایید)

نکته مهم این مسئله: لزوم تغییر متغیر بجای مشتق گیری از انتگرال.

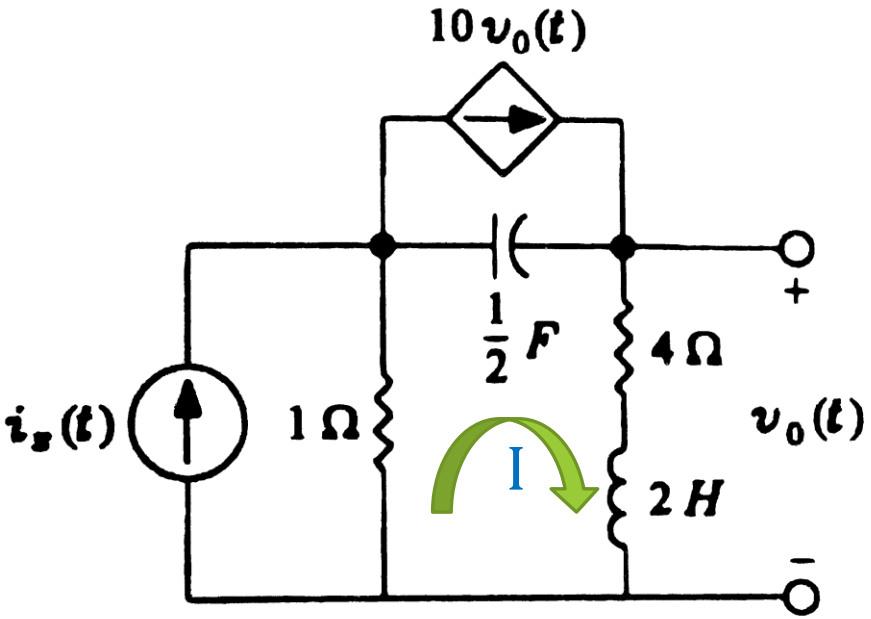


$$\begin{cases} 1\times I + \dfrac{1}{1/2}\displaystyle\int_{0^-}^{t}(I - 10v_o)\,dt + v_o = i_s(t) \\ v_o = 4I + 2\dfrac{dI}{dt} \end{cases}$$

$$\frac{dq}{dt} = (I - 10v_o) \rightarrow I = \frac{dq}{dt} + 10v_o$$

مسئله شماره دو

سوال دوم: ادامه، جایگذاری و ساده سازی



$$\begin{cases} \dfrac{dq}{dt} + 10v_o + 2q + v_o = 0 \\ v_o = 4\left(\dfrac{dq}{dt} + 10v_o\right) + 2\dfrac{d}{dt}\left(\dfrac{dq}{dt} + 10v_o\right) \end{cases}$$

$$\begin{cases} Q_1 : (D+2)q + 11v_o = i_s(t) \\ Q_2 : 2D(D+2)q + (20D+39)v_o = 0 \end{cases}$$

$$2DQ_1 - Q_2 = (2D-39)v_o = 2Di_s(t)$$

$$2\frac{dv_o}{dt} - 39v_o = 2\frac{di_s}{dt}$$

مسئله شماره دو

سوال دوم: ادامه،

نکته (1): شرایط خاص مقادیر عناصر این مدار، باعث مرتبه (یک) شدن، معادله این متغیر شده است.

کدام ارتباط بین مقادیر مدار باعث این اتفاق شده است؟

تمرین (1) : معادله دیفرانسیل متغیر جریان سلف را بدست آورید.

تمرین (2): بجاری تغییر متغیر انتگرال گرفته و مسوله را مجدد حل کنید و مشاهده خود را بررسی و نتیجه گیری کنید.

مسئله شماره دو

سوال دوم: ادامه، محاسبه پاسخ **پله:**

$$2\frac{ds(t)}{dt}-39s(t)=2\frac{du(t)}{dt}=2\delta(t)$$

مطابق مباحث مدارهای مرتبه اول، پاسخ پله دارای ناپیوستگی پله بوده و شرایط اولیه جهش دارد، و باید محاسبه شود.

$$\int_{0^-}^{0^+}\left(2\frac{ds(t)}{dt}-39s(t)\right)dt=\int_{0^-}^{0^+}2\delta(t)dt\Rightarrow 2s\left(0^+\right)=2$$

$$2\frac{ds(t)}{dt}-39s(t)=0,\ s\left(0^+\right)=1\Rightarrow s(t)=e^{\frac{39}{2}t}u(t)$$

مسئله شماره دو

سوال دوم: ادامه، محاسبه پاسخ **ضربه:**

$$2\frac{dh(t)}{dt}-39h(t)=2\frac{d\,\delta(t)}{dt}=2\delta'(t)$$

مطابق مباحث مدارهای مرتبه اول، پاسخ ضربه دارای ناپیوستگی ضربه (و نیز پله) بوده و پاسخ ویژه ای به شکل ضربه داریم و شرایط اولیه نیز جهش دارد، و باید محاسبه شود.

پاسخ ویژه باید به شکل ضریبی از $\delta(t)$ باشد که این ضریب یک است (تعادل عبارت ضربه طرفین)

به دلیل وجود ضربه در پاسخ ضربه در پاسخ پله هم جهش داریم که ابتدا آنرا حساب می کنیم:

$$\int_{0^-}^{0^+}\int_{0^-}^{0^+}\left(2\frac{dh(t)}{dt}-39h(t)\right)dt=\int_{0^-}^{0^+}\int_{0^-}^{0^+}2\delta'(t)dt=2\rightarrow s(0^+)=\int_{0^-}^{t}h(\alpha)d\alpha\Big|_{t=0^+}=1$$

مسئله شماره دو

سوال دوم: ادامه، محاسبه پاسخ **ضربه:**

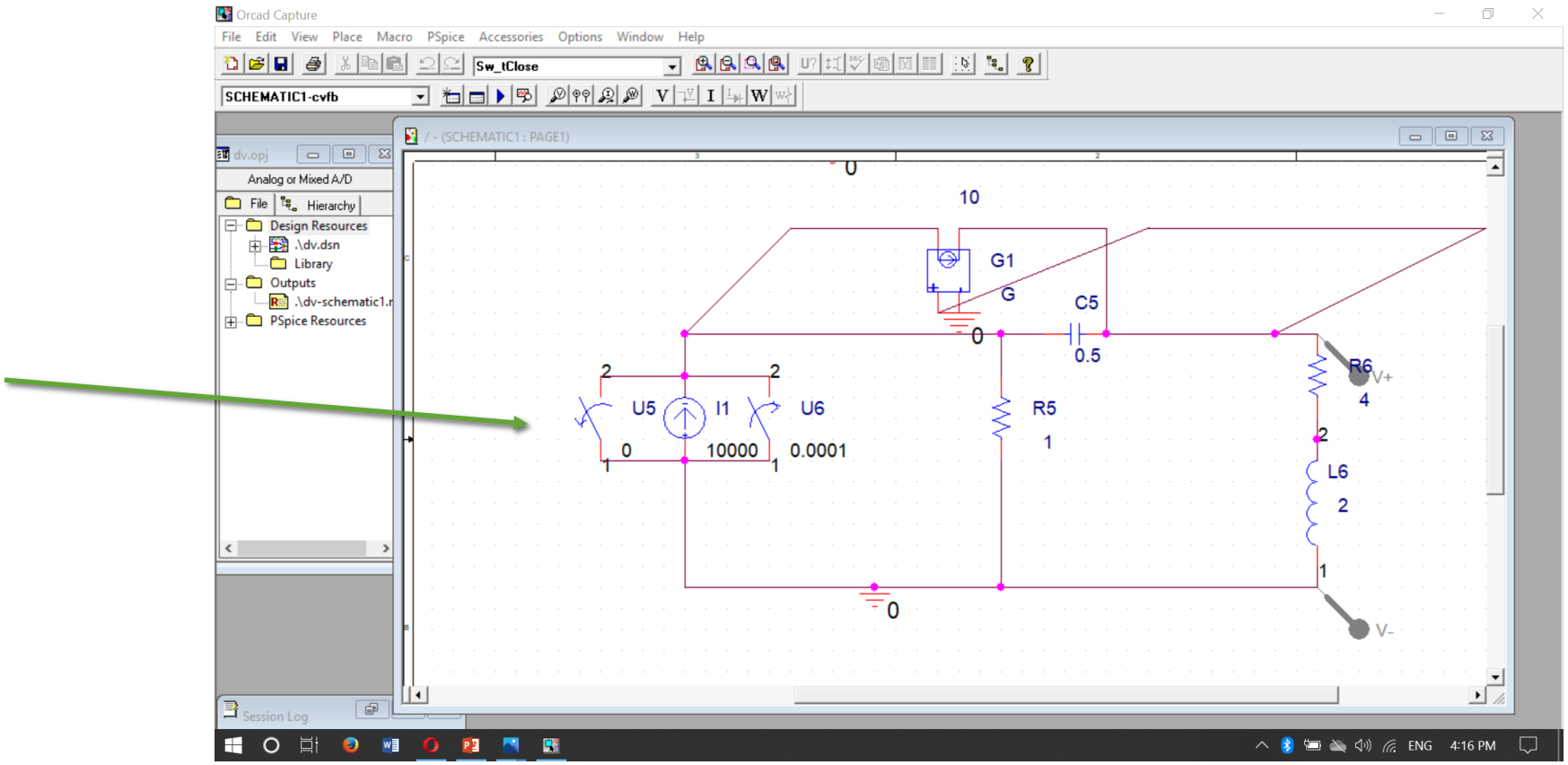
حال محاسبه مقدار پاسخ ضربه بلافاصله پس از صفر:

$$\int_{0^-}^{0^+}\left(2\frac{dh(t)}{dt}-39h(t)\right)dt=\int_{0^-}^{0^+}2\delta'(t)dt\Rightarrow 2h\left(0^+\right)-39s\left(0^+\right)=0\Rightarrow h\left(0^+\right)=\frac{39}{2}$$

در نتیجه:

$$h(t)=\frac{39}{2}e^{\frac{39}{2}t}+\delta(t)$$

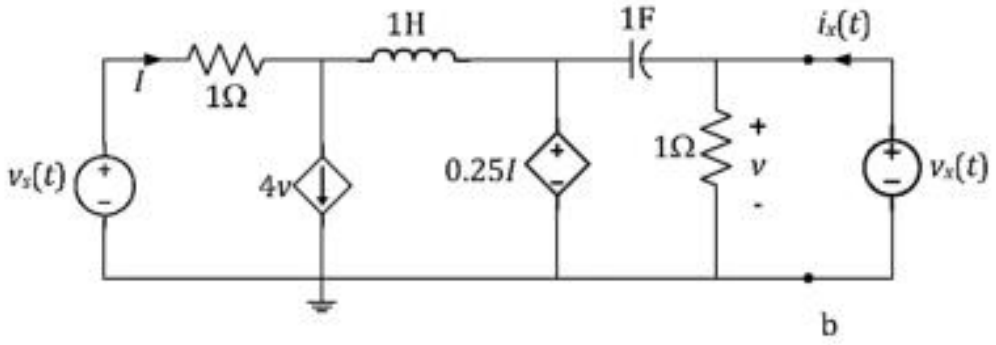
یک روش جالب برای پاسخ ضربه در سوال دوم تمارین اصلی درس



مسئله شماره سه

سوال سوم: (۲۵ نمره) در مدار شکل روبرو معادله دیفرانسیل ارتباط دهنده، $v_x(t)$ و $i_x(t)$ را بدست آوردید. از پاسخ چه نتیجه ای می گیرید؟

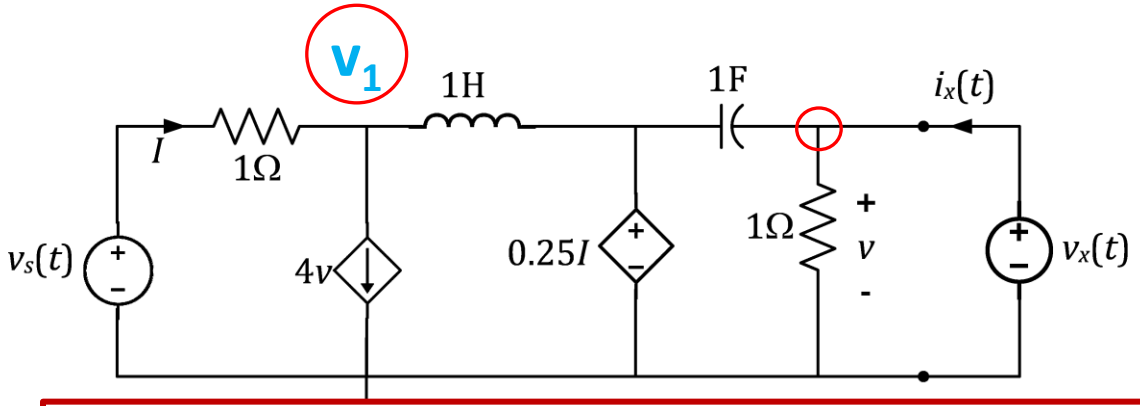
اختیاری با نمره اضافه (۱۵نمره): بجای منبع ولتاژ $v_x(t)$، منبع جریان $i_x(t)$ (جهت رو به بالا) قرار داده و ولتاژ دو سر مدار، $v_x(t)$، را اندازه گیری می کنیم. مسئله را مجدد حل نمایید.



مسئله شماره سه

سوال سوم: در مدار شکل روبرو معادله دیفرانسیل ارتباط دهنده، $v_x(t)$ و $i_x(t)$ را بدست آوردید. از پاسخ چه نتیجه ای می گیرید؟

نوشتن KCL در گره های مشخص شده:



$$\begin{cases} -I+4I+\int_{0^-}^{t}(v_1-0.25I)dt=0 \\ \frac{v}{1}+\frac{d}{dt}(v-0.25I)-i_x=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3\left(v_s-\left(0.8\frac{dq}{dt}+0.2v_s\right)\right)+q=0 \\ v_x+\frac{dv_x}{dt}-i_x-\frac{d}{dt}\left(0.25\left(v_s-\left(0.8\frac{dq}{dt}+0.2v_s\right)\right)\right)=0 \end{cases}$$

$$I=\frac{v_s-v_1}{1},\quad v=v_x,\quad \frac{dq}{dt}=v_1-0.25I=v_1-0.25(v_s-v_1)=1.25v_1-0.25v_s \Rightarrow v_1=0.8\frac{dq}{dt}+0.2v_s$$

مسئله شماره سه

سوال سوم: ادامه

$$\begin{cases} Q_1 : (2.4D - 1)q = 2.4v_s \\ Q_2 : 0.2D^2 q - i_x = 0.2Dv_s - v_x - \dfrac{dv_x}{dt} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} E_1 = Q_1 & : (2.4D - 1)q = 2.4v_s \\ E_2 = -\dfrac{1}{12}DQ_1 + Q_2 : \dfrac{1}{12}Dq - i_x = -0.2Dv_s + 0.2Dv_s - v_x - \dfrac{dv_x}{dt} \end{cases}$$

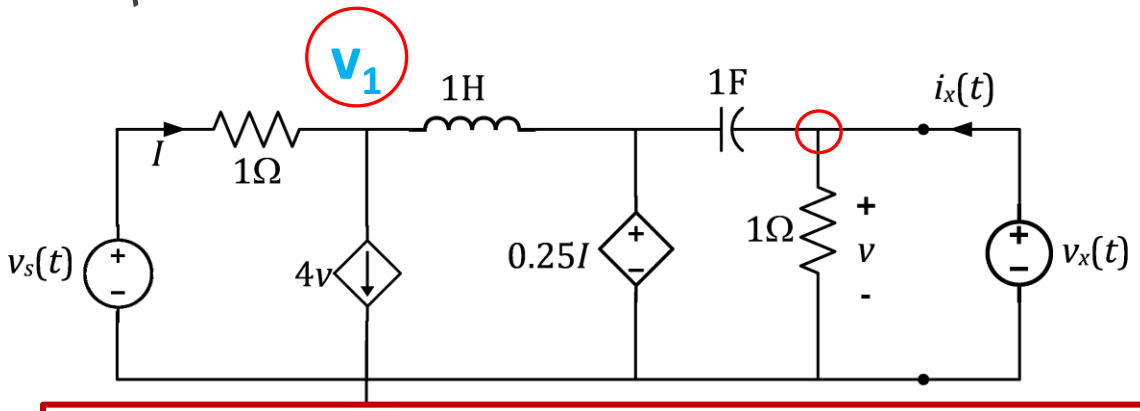
$$\begin{cases} (2.4D - 1)q = 2.4v_s \\ \dfrac{1}{12}Dq - i_x = -v_x - \dfrac{dv_x}{dt} \end{cases}$$

$$\therefore 12\frac{di_x}{dt} - 5i_x = 12\frac{d^2 v_x}{dt^2} + 7\frac{dv_x}{dt} - 5v_x + \frac{dv_s}{dt}$$

مسئله شماره سه

سوال سوم: حال با فرض اینکه ورودی منبع جریان است، معادله دیفرانسیل را می نویسیم

نوشتن KCL در گره های مشخص شده:



$$\begin{cases} -I + 4I + \int_{0^-}^{t} (v_1 - 0.25I)\,dt = 0 \\ \frac{v}{1} + \frac{d}{dt}(v - 0.25I) - i_x = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3\left(v_s - \left(0.8\frac{dq}{dt} + 0.2v_s\right)\right) + q = 0 \\ v_x + \frac{dv_x}{dt} - i_x - \frac{d}{dt}\left(0.25\left(v_s - \left(0.8\frac{dq}{dt} + 0.2v_s\right)\right)\right) = 0 \end{cases}$$

$$I = \frac{v_s - v_1}{1},\quad v = v_x,\quad \frac{dq}{dt} = v_1 - 0.25I = v_1 - 0.25(v_s - v_1) = 1.25v_1 - 0.25v_s \Rightarrow v_1 = 0.8\frac{dq}{dt} + 0.2v_s$$

مسئله شماره سه

سوال سوم: ادامه

$$\begin{cases} Q_1 : (2.4D-1)q = 2.4v_s \\ Q_2 : 0.2D^2 q + (D+1)v_x = 0.2Dv_s + i_x \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} E_1 = Q_1 & : (2.4D-1)q = 2.4v_s \\ E_2 = -\frac{1}{12}DQ_1 + Q_2 : \frac{1}{12}Dq + (D+1)v_x = -0.2Dv_s + 0.2Dv_s + i_x \end{cases}$$

$$\begin{cases} (2.4D-1)q = 2.4v_s \\ \frac{1}{12}Dq + (D+1)v_x = i_x \end{cases}$$

$$\therefore 12\frac{d^2 v_x}{dt^2} + 7\frac{dv_x}{dt} - 5v_x = 12\frac{di_x}{dt} - 5\frac{di_x}{dt} - \frac{dv_s}{dt}$$

مسئله شماره سه

سوال سوم: نتیجه گیری:

حالت اول: ورودی ولتاژ – خروجی جریان:

$$12\frac{di_x}{dt}-5i_x=12\frac{d^2v_x}{dt^2}+7\frac{dv_x}{dt}-5v_x+\frac{dv_s}{dt}$$

حالت دوم: ورودی جریان – خروجی ولتاژ:

$$12\frac{d^2v_x}{dt^2}+7\frac{dv_x}{dt}-5v_x=12\frac{di_x}{dt}-5\frac{di_x}{dt}-\frac{dv_s}{dt}$$

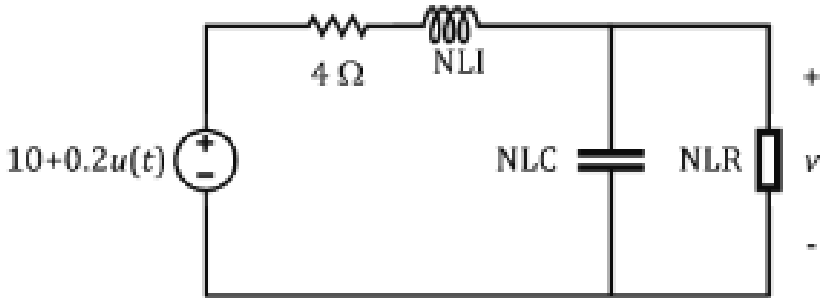
در واقع نوعی معادل تونن-نورتن داریم!!!

مسئله شماره چهار

سوال چهارم: (۱۰ نمره) در مدار شکل روبرو مقاومت غیرخطی (NLR)، خازن غیرخطی (NLC) و سلف غیر خطی (NLI) از روابط داده شده در زیر پیروی می‌کنند:

الف) با فرض حالت آرامش قبل از لحظه صفر، نقطه کار کلیه عناصر غیر خطی را محاسبه نمایید.

ب) با تقریب خطی سیگنال کوچک برای هر سه عنصر در t>0، پاسخ تقریبی ولتاژ دو سرمقاومت غیر خطی را در t>0 بدست آورید. آیا این تقریب خطی برای این متغیر اعتبار دارد؟



NLI: $\varphi = \sqrt[3]{0.5i}$

NLC: $q = 0.1v^3 + 0.8v$

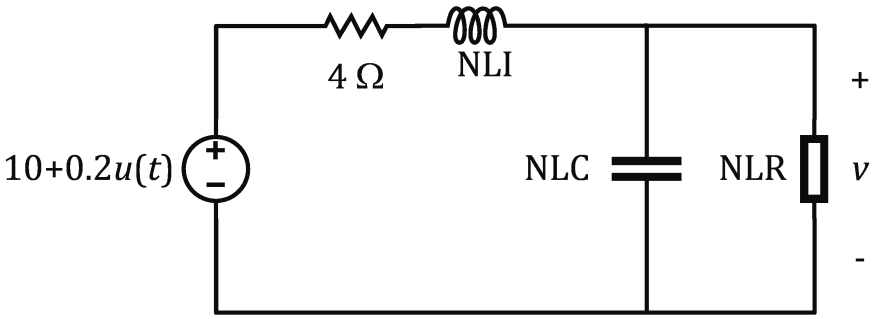
NLR: $v = \begin{cases} 0.5i^2 & v \geq 0 \\ 0 & v < 0 \end{cases}$

مسئله شماره چهار

سوال چهارم: در مدار شکل روبرو مقاومت غیرخطی، NLR، خازن غیرخطی، NLC، و سلف غیر خطی، NLI، از روابط داده شده در زیر پیروی می‌کنند:

الف) با فرض حالت آرامش قبل از لحظه صفر، نقطه کار کلیه عناصر غیر خطی را محاسبه نمایید.

ب) با تقریب خطی سیگنال کوچک برای هر سه عنصر در t>0، پاسخ تقریبی ولتاژ دو سرمقاومت غیر خطی را در t>0بدست آورید. آیا این تقریب خطی برای این متغیر اعتبار دارد؟



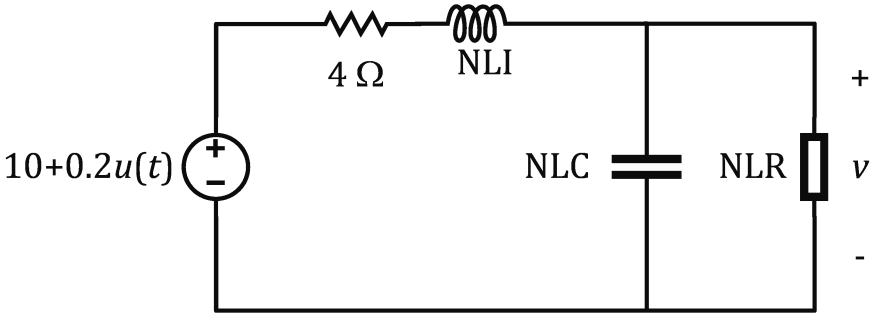
$$v = \begin{cases} 0.5i^2 & i \geq 0 \\ 0 & i < 0 \end{cases}, \quad q = 0.1v^3 + 0.8v, \quad \varphi = \sqrt[3]{0.5i}$$

مسئله شماره چهار

سوال چهارم: حل

ایده اصلی: با فرض سیگنال کوچک مدار را به دو جواب سیگنال بزرگ (غیر خطی) و سیگنال کوچک (خطی) تفکیک کرده و پاسخ ها را جمع می کنیم.

حل سیگنال بزرگ (10 ولت ثابت) و محاسبه نقطه کار سلف اتصال کوتاه و خازن مدار باز است و داریم:



$$v = \begin{cases} 0.5i^2 & i \geq 0 \\ 0 & i < 0 \end{cases}, \quad q = 0.1v^3 + 0.8v, \quad \varphi = \sqrt[3]{0.5i}$$

$$I_L = I_R: \quad 10 = 4I_R + 0.5I_R^2 \xrightarrow{I_R > 0} I_R = I_L = 2A$$

$$V_C = V_R = 0.5I_R^2 = 2V$$

مسئله شماره چهار

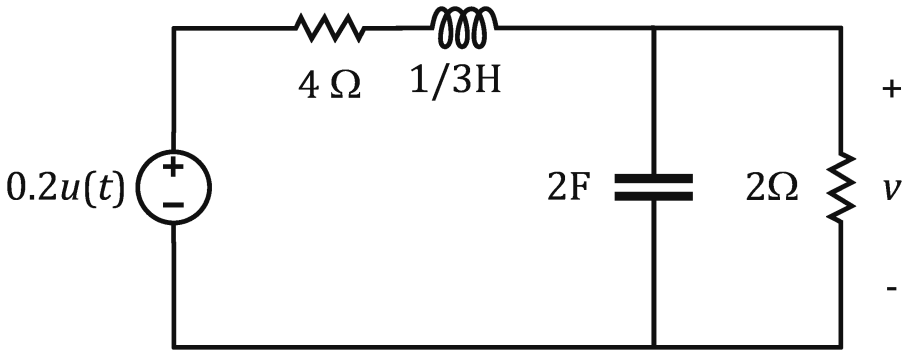
سوال چهارم: حل

حل سیگنال کوچک (10 ولت ثابت)، محاسبه مقاومت، خازن و اندوکتانس در نقطه کار و نیز رسم مدار:

$$v = \begin{cases} 0.5i^2 & i \geq 0 \\ 0 & i < 0 \end{cases} \Rightarrow r_d = \left.\frac{\partial v}{\partial i}\right|_{I_R=2} = 2\Omega$$

$$q = 0.1v^3 + 0.8v \Rightarrow r_d = \left.\frac{\partial q}{\partial v}\right|_{V_C=2} = 2F$$

$$\varphi = \sqrt[3]{0.5i} \Rightarrow r_d = \left.\frac{\partial \varphi}{\partial i}\right|_{I_L=2} = \frac{1}{3}H$$



معادله دیفرانسیل به این شرح است:

$$4\frac{d^2 v_c}{dt^2} + 49\frac{dv_c}{dt} + 18v_c = 6 \times 0.2u(t)$$

مسئله شماره چهار

سوال چهارم: حل

معادله دیفرانسیل (KVL در حلقه اصلی) و حل آن (شرایط اولیه سیگنال کوچک صفر است):

$$v_C + 4\times\left(\frac{v_C}{2} + 2\frac{dv_C}{dt}\right) + \frac{1}{3}\frac{d}{dt}\left(\frac{v_C}{2} + 2\frac{dv_C}{dt}\right) = 0.2u(t)$$

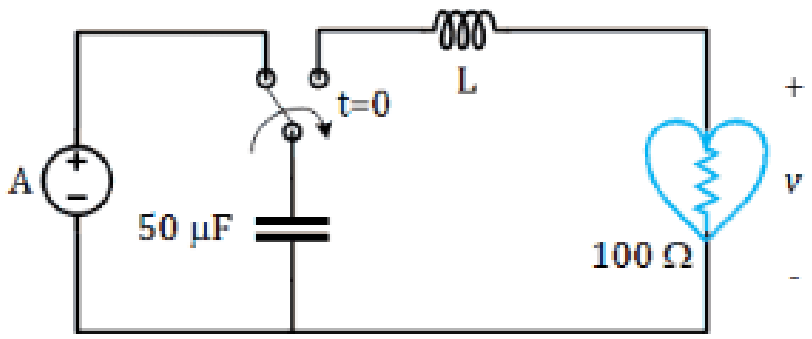
$$\therefore \frac{d^2 v_C}{dt^2} + \frac{49}{4}\frac{dv_C}{dt} + \frac{9}{2}v_C = 0.3u(t)$$

$$v_C = 0.0667 + 0.0022e^{-11.87t} - 0.0689e^{-0.38t}$$

با رسم مشخص می شود که حداکثر پاسخ، 0.0667 است که از 2 به اندازه کافی کوچکتر است (30 برابر)

مسئله شماره پنج

سوال پنجم: (۵ نمره) مدار شکل روبرو شمای ساده شده‌ای از دستگاه شوک قلبی (Defibrillator) است که برای احیای قلب بیماران استفاده می شود، در این سیستم پس از شارژ کامل خازن، با اعمال کوتاه مدت (حدود ۵ الی ۱۰ میلی ثانیه) ولتاژ بزرگی (حدود ۲ الی ۹ کیلو ولت) به قلب بیمار (که با یک مقاومت ۱۰۰ اهمی مدل می شود) در لحظه صفر، قلب از کار ایستاده و مجدد بکار می افتد. حال به سوالات زیر پاسخ دهید:



الف) اگر بخوایم ۴۰۰ ژول به قلب بیمار انرژی تحویل بدهیم، ظرفیت خازن را محاسبه کنید.

ب) بافرض L=4mH پاسخ قلب بیمار (مقاومت ۱۰۰ اهمی) را بدست آورده و رسم کنید.

مسئله شماره پنج

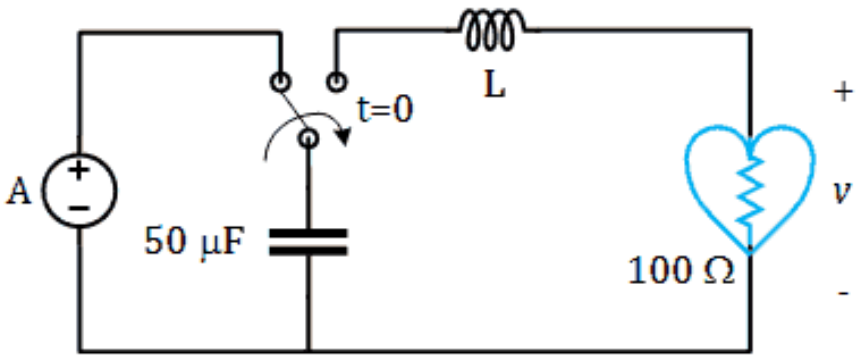
سوال پنج: مدار شکل روبرو شمای ساده شده‌ای از دستگاه شوک قلبی (Defibrillator) است که برای احیای قلب بیماران استفاده می شود، در این سیستم پس از شارژ کامل خازن، با اعمال کوتاه مدت (حدود 5 الی 10 میلی ثانیه) ولتاژ بزرگی (حدود 2 الی 9 کیلو ولت) به قلب بیمار (که با یک مقاومت 100 اهمی مدل می شود) در لحظه صفر، قلب از کار ایستاده و مجدد بکار می افتد. حال به سوالات زیر پاسخ دهید:

الف) اگر بخوایم 400 ژول به قلب بیمار انرژی تحویل بدهیم، مقدار باطری (A) را محاسبه کنید.

$$400 = 0.5(50 \times 10^{-6})A^2 \Longrightarrow A = 4000$$

ب) بافرض L=4mH پاسخ قلب بیمار (مقاومت 100 اهمی) را بدست آورده و رسم کنید.

یک مدار RLC سری داریم و مشابه رابطه (6-6) کتاب داریم:



$$i_L'' + \frac{R}{L} i_L' + \frac{1}{LC} i_L = 0, \quad v_R = R i_L$$

$$i_L(0^-) = 0, \quad i_L'(0^-) = \frac{1}{L} v_L(0^-) = +\frac{1}{L}\left(V_C(0^-) + R I_L(0^-)\right)$$

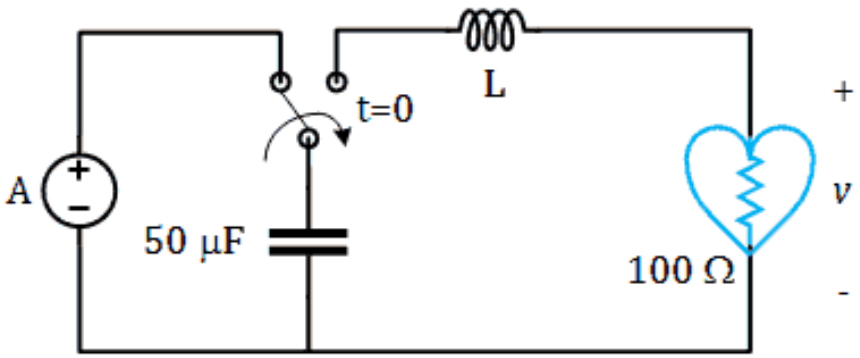
مسئله شماره پنج

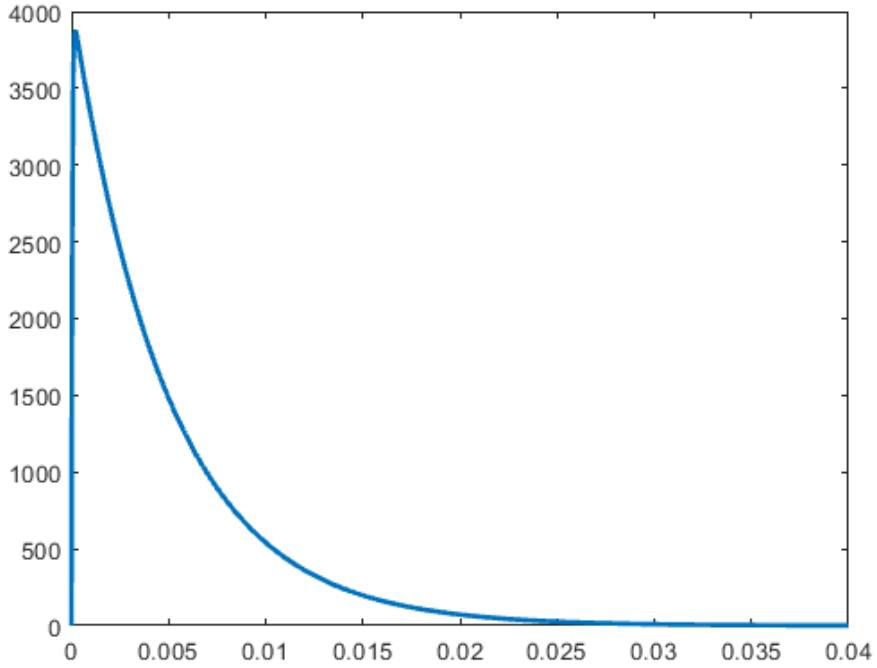
سوال پنج: ادامه

$$v''+\left(25\times10^{3}\right)v'+\left(5\times10^{6}\right)v=0$$

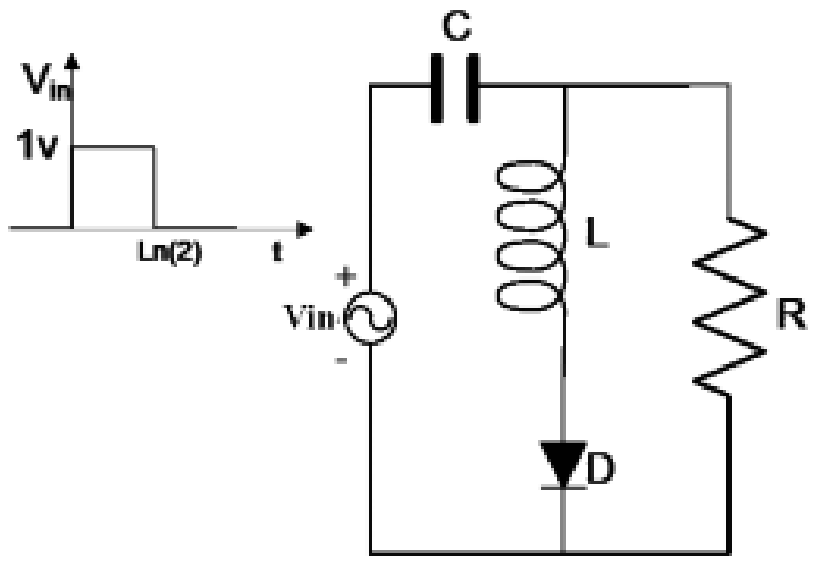
$$v\left(0^{-}\right)=0,\quad v'\left(0^{-}\right)=+\frac{100}{4\times10^{-3}}\left(4000+0\right)=+10^{8}$$

$$v\left(t\right)=4066\left(e^{-201t}-e^{-24798t}\right)$$





مسئله شماره شش

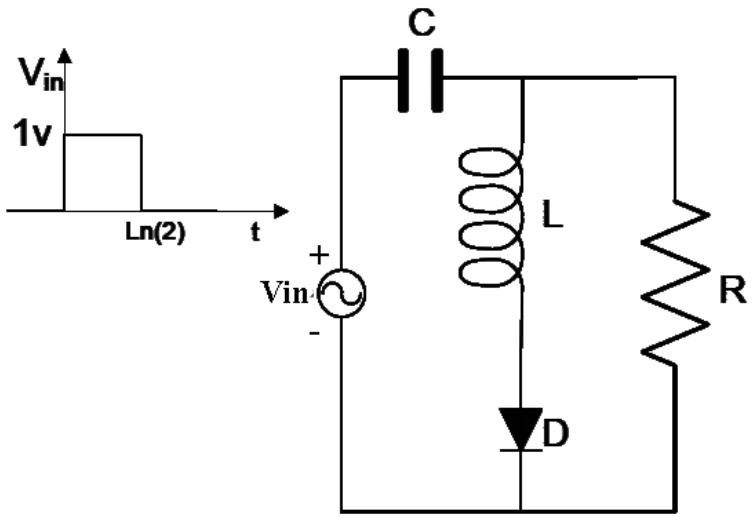


سوال ششم: (۱۵ نمره) در مدار شکل روبرو، ورودی از شکل موج پالس داده شده (بین لحظه 0 و Ln(2)) تبعیت می‌کند، حال با فرض ایده‌آل بودن دیود و شرایط اولیه صفر برای سلف و خازن، جریان سلف را برای تمام لحظات محاسبه و به رسم کنید.

$$R=\frac{2}{3}\Omega,\quad L=1H,\quad C=0.5F$$

مسئله شماره شش

سوال شش: در مدار شکل روبرو، ورودی از شکل موج پالس داده شده (بین لحظه 0 و Ln(2)) تبعیت می‌کند، حال با فرض ایده‌آل بودن دیود و شرایط اولیه صفر برای سلف و خازن، جریان سلف را برای تمام لحظات محاسبه و به رسم کنید.



$$R=\frac{2}{3}\Omega,\quad L=1H,\quad C=0.5F$$

حل: با فرض روشن بودن دیود در ابتدا، معادله دیفرانسیل

مدار، مشابه مدار مرتبه (2) موازی است. که جریان سلف

در نهایت صفر است. (پاسخ پله جریان سلف به شرح زیر است):

$$s_L''+\frac{1}{RC}s_L'+\frac{1}{LC}s_L=0\rightarrow s_L''+3s_L'+2s_L=0=0$$

$$s_L\left(0^+\right)=s_L\left(0^-\right)=0,\quad s_L'\left(0^+\right)=\frac{1}{L}v_L\left(0^+\right)=\frac{1}{1}=1$$

$$s_L\left(t\right)=\left(e^{-t}-e^{-2t}\right)u\left(t\right),$$

مسئله شماره شش

سوال شش: ادامه- ورودی اختلاف پله و پله شیفت یافته است و داریم (همچنان با فرض روشن بودن دیود):

$$i_L(t)=\left[s(t)-s(t-\ln 2)\right]=\begin{cases} e^{-t}-e^{-2t} & 0\le t\le \ln 2 \\ \underbrace{\left(e^{-t}-e^{-2t}\right)-\left(e^{-(t-\ln 2)}-e^{-2(t-\ln 2)}\right)}_{-e^{-t}+3e^{-2t}} & \ln 2\le t\le T \end{cases}$$

$$\Rightarrow T=\ln 3 \quad \text{Diode off}$$

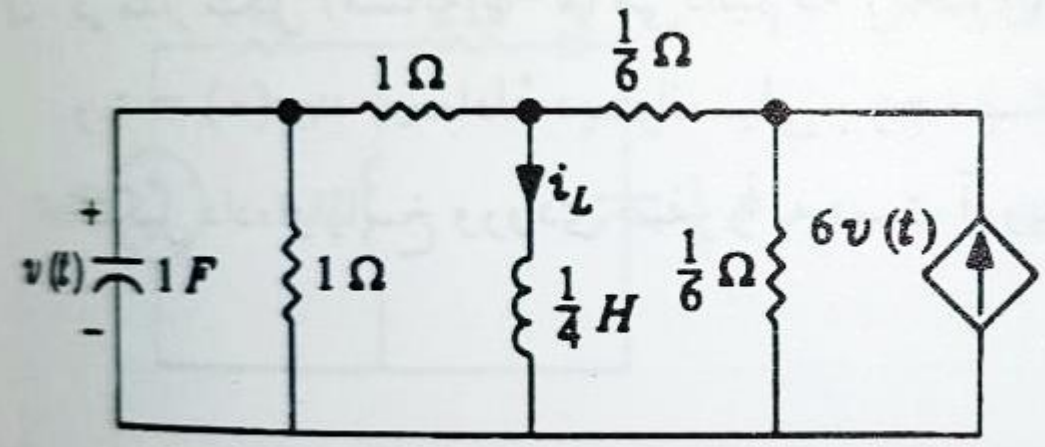
$$i_L(t)=0 \quad \text{for} \quad t>\ln 3$$

از این لحظه به بعد دیود خاموش می ماند. (ولتاژ دو سر خازن منفی است، چرا؟)

تمرین های مربوط به کلاس حل تمرین

سوال 11

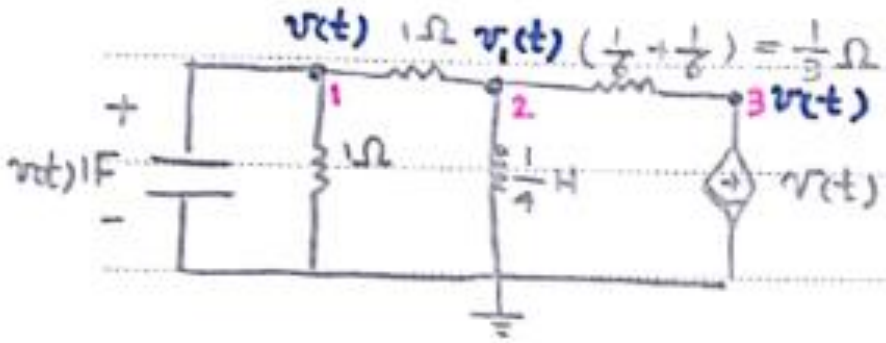
۱۱- در مدار شکل (مسألهٔ ۵-۱۱) معادلهٔ دیفرانسیلی برحسب $v(t)$ ، ولتاژ دوسر خازن، به دست آورید. برای شرایط اولیهٔ $V_0 = 1$ و $I_0 = -8$ ، پاسخ ورودی صفر $v(t)$ را تعیین کنید.



شکل (مسألهٔ ۵-۱۱)

سوال 11

ابتدا کلی مدار را با تبدیل منبع ساده تر می کنیم



سوال 11

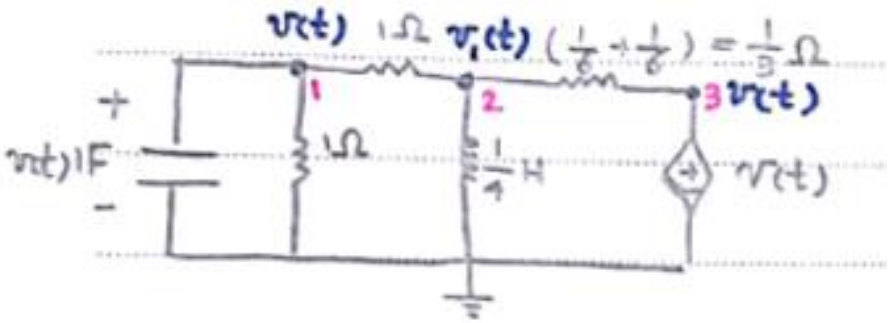
KCL @ 1 : $1 \times \frac{dv(t)}{dt} + \frac{v(t)}{1} + \frac{v(t)-v_1(t)}{1} = 0 \Rightarrow$

$$\frac{dv(t)}{dt} + 2v(t) - v_1(t) = 0 \Rightarrow \boxed{v_1(t) = \frac{dv(t)}{dt} + 2v(t)}$$

KCL @ 2 : $\frac{v_1(t)-v(t)}{1} + 4\int_0^t v_1(\tau)d\tau - i_L(0) + \frac{v_1(t)-v(t)}{\frac{1}{3}} = 0$

$$\Rightarrow 4\int_0^t v_1(\tau)d\tau + 4v_1(t) + i_L(0) - 4v(t) = 0$$

مشتق می‌گیریم $\Rightarrow$ $\left(\frac{dv_1(t)}{dt} + v_1(t)\right) - \frac{dv(t)}{dt} = 0$ $\xrightarrow{\text{استفاده از معادله 1}}$



$$\frac{d}{dt}\left(\frac{dv(t)}{dt} + 2v(t)\right) + \frac{dv(t)}{dt} + 2v(t) - \frac{dv(t)}{dt} = 0 \Rightarrow$$

$$\boxed{\frac{d^2v(t)}{dt^2} + 2\frac{dv(t)}{dt} + 2v(t) = 0}$$

سوال 11

محاسبه پاسخ ورودی صفر: می دانیم برای حل یک معادله دیفرانسیل مرتبه 2 به دو شرط اولیه نیاز داریم:

$$v(0) = v_0 = 1\,V$$

$$\frac{dv(0)}{dt} = ?$$

* محاسبه $\frac{dv(0)}{dt}$:

KCL @ 2: $4v_1(0) + i_L(0) - 4v(0) = 0 \Rightarrow v_1(0) = 3\,V$

* حد بالا و پایین انتگرال در شرایط اولیه برابر هستند و انتگرال حذف می شوند.

KCL @ 1: $\frac{dv(0)}{dt} + 2v(0) = v_1(0) \Rightarrow \frac{dv(0)}{dt} = 1\ V/s$

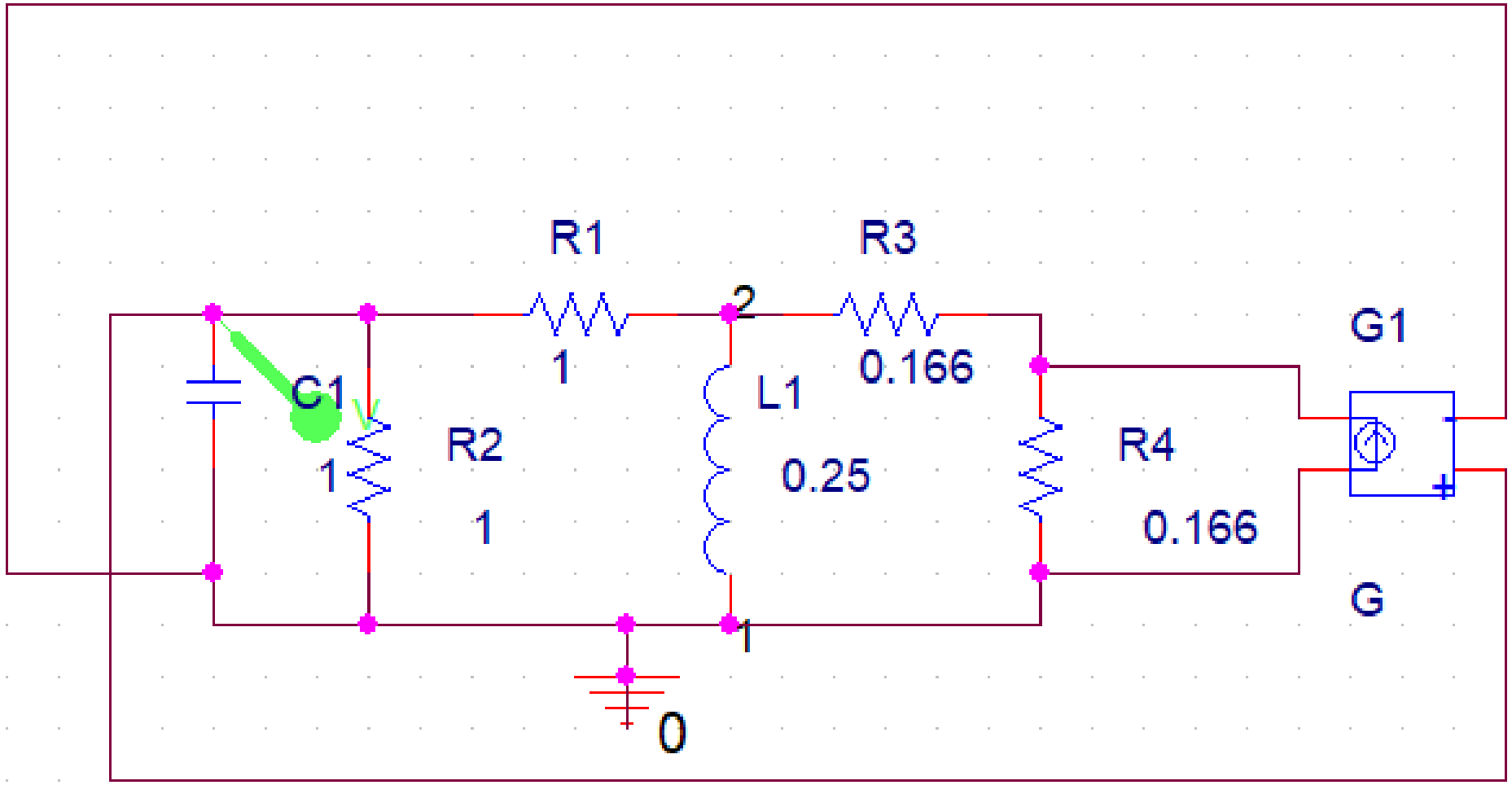
سوال 11

حل معادله دیفرانسیل :

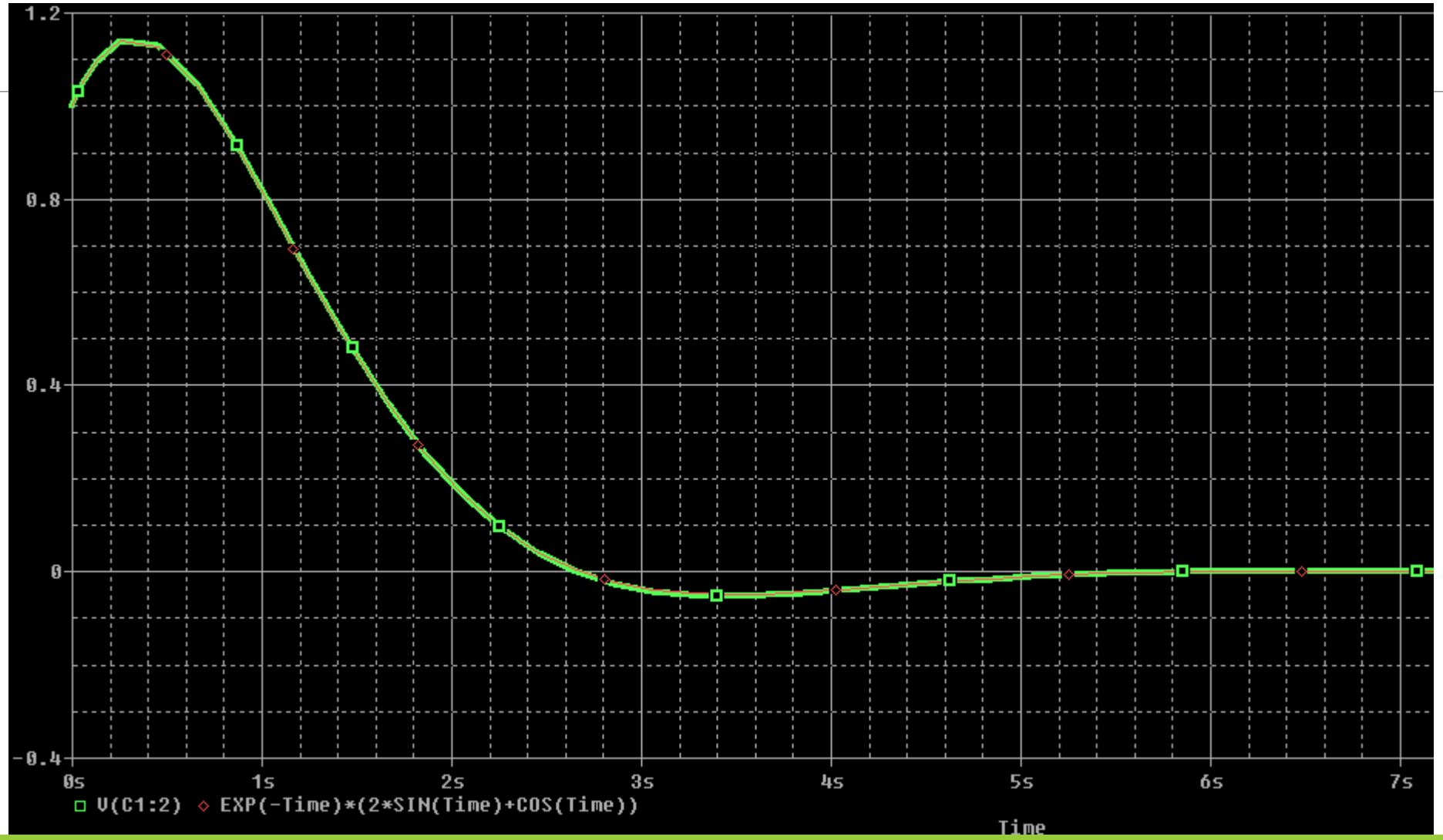
معادله مشخصه : $s^2 + 2s + 2 = 0 \Rightarrow s = -1 \pm j \Rightarrow v(t) = e^{-t}(A\cos t + B\sin t)u(t)$

$$\left.\begin{array}{l} v(0) = 1V \Rightarrow A = 1 \\ \dfrac{dv(0)}{dt} = 1 \Rightarrow -A + B = 1 \Rightarrow B = 2 \end{array}\right\} \Rightarrow v(t) = e^{-t}(\cos t + 2\sin t)u(t)$$

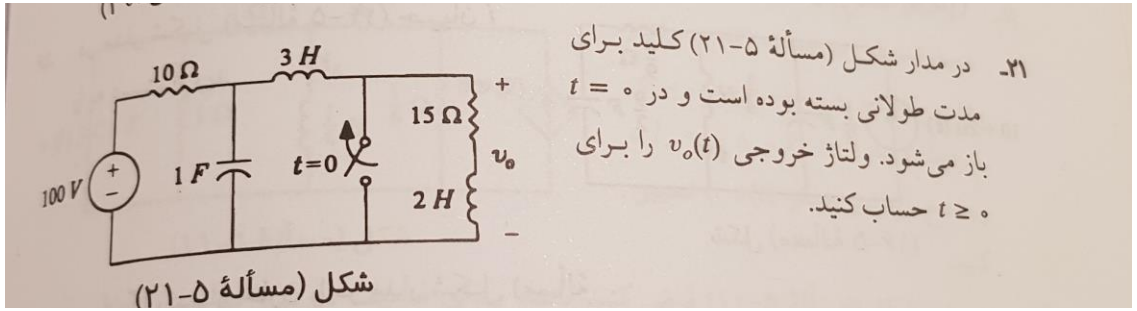
سوال 11 –شبیه سازی



سوال 11 –شبیه سازی



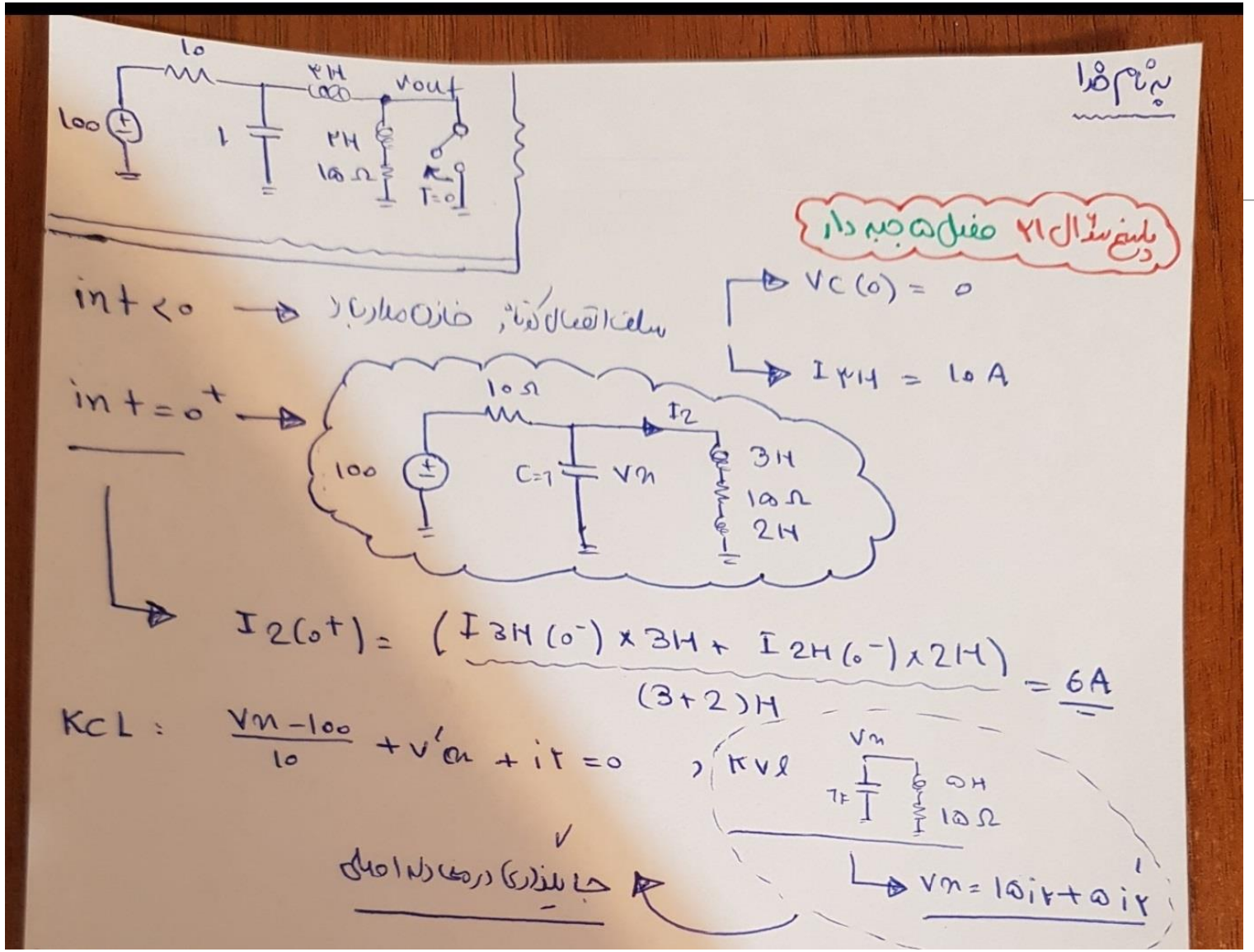
سوال 21



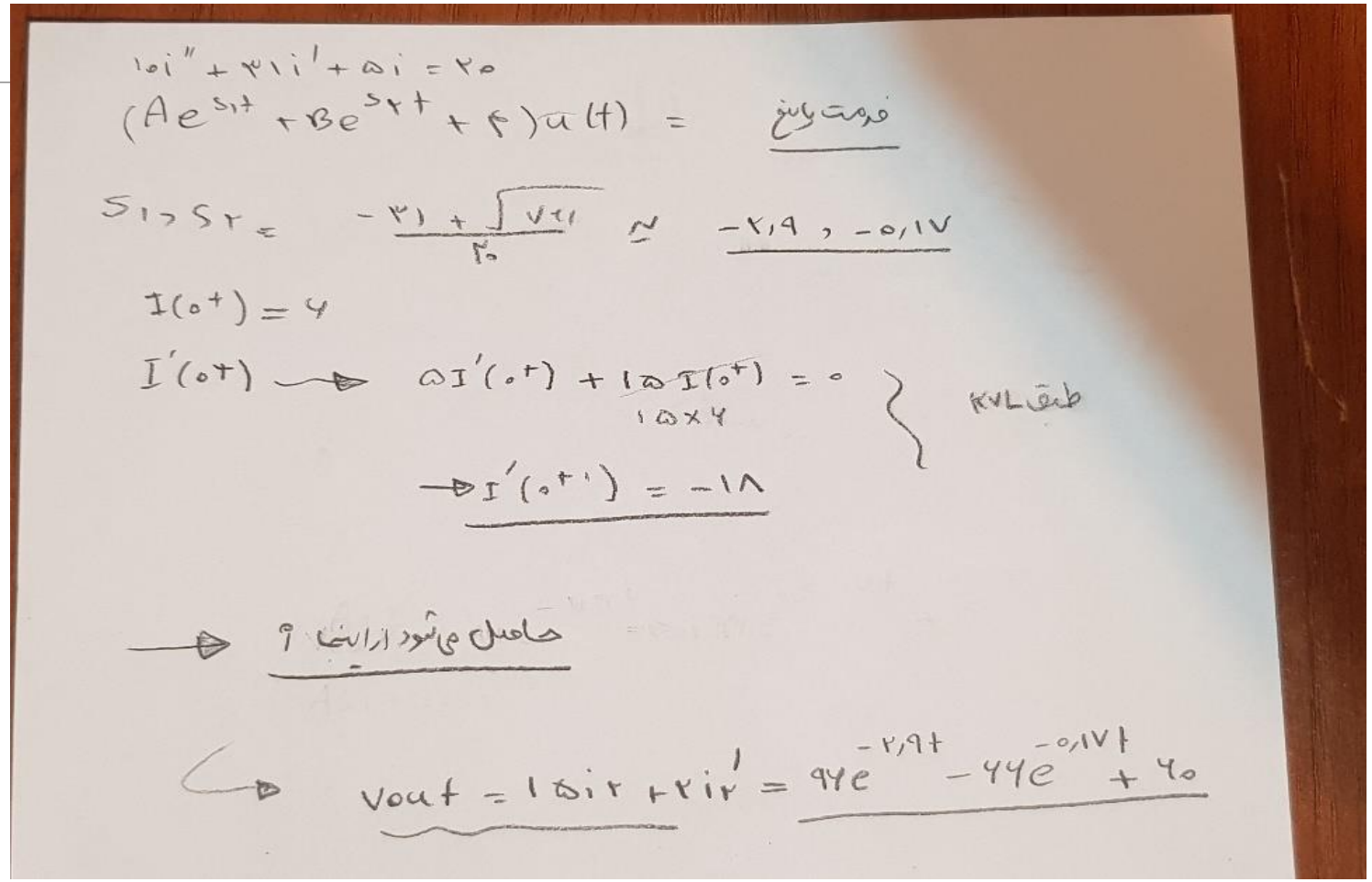
شکل (مسألهٔ ۵-۲۱)

۲۱- در مدار شکل (مسألهٔ ۵-۲۱) کلید برای مدت طولانی بسته بوده است و در $t = 0$ باز می‌شود. ولتاژ خروجی $v_o(t)$ را برای $t \geq 0$ حساب کنید.

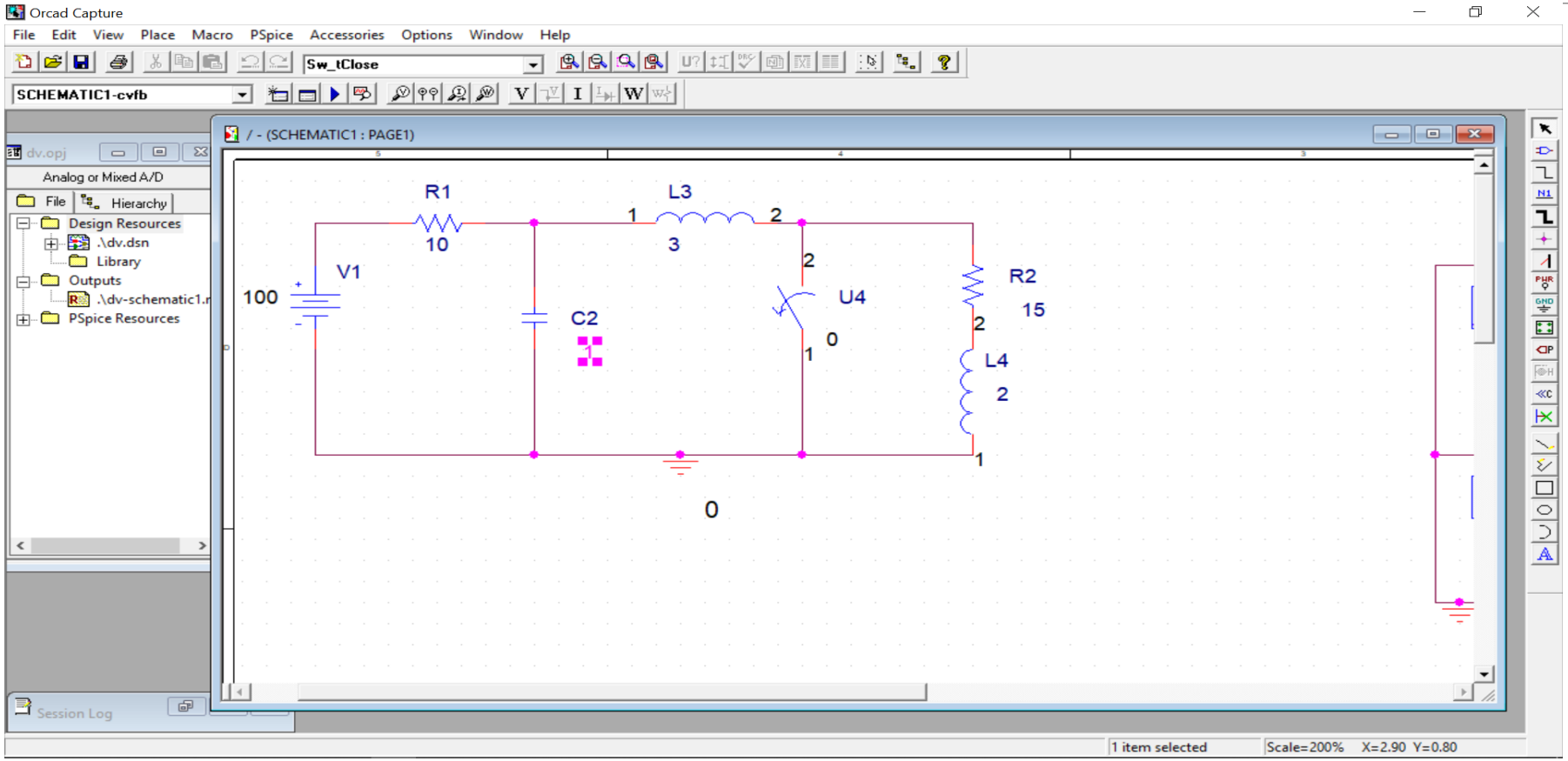
سوال 21


بسم الله
پاسخ سوال ۲۱ فصل ۵ جبران
$v_C(0) = 0$
$I_{4H} = 10\,A$
$i_{n+} < 0$ → سلف اتصال کوتاه، خازن مدار باز
$i_{n+} = 0^+$
$I_2(0^+) = \frac{(I_{3H}(0^-) \times 3H + I_{2H}(0^-) \times 2H)}{(3+2)H} = 6A$
KCL : $\frac{v_n - 100}{10} + v'_n + i_2 = 0$
$v_n = 15i_2 + 5i_2$
جایگذاری در معادله اصلی

سوال 21



حل اسپایس

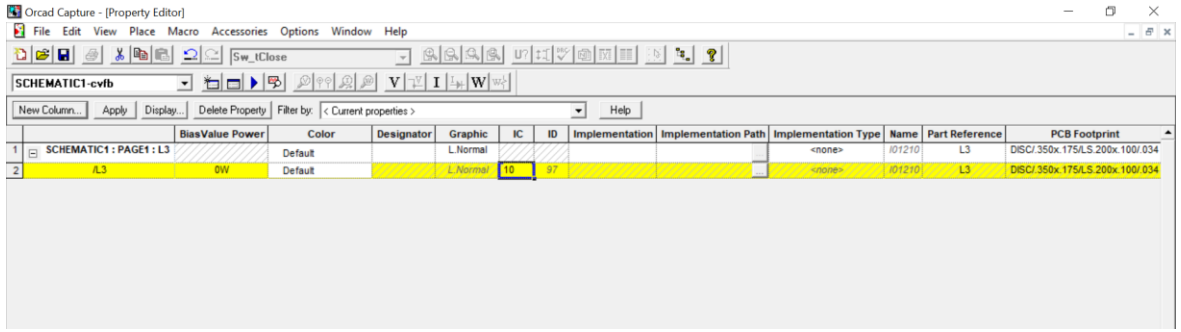

Orcad Capture
File Edit View Place Macro PSpice Accessories Options Window Help
Sw_tClose
SCHEMATIC1-cvfb
/ - (SCHEMATIC1 : PAGE1)
dv.opj
Analog or Mixed A/D
File Hierarchy
Design Resources
.\dv.dsn
Library
Outputs
.\dv-schematic1.r
PSpice Resources
R1
10
L3
1
2
3
V1
100
C2
U4
2
0
1
R2
15
2
L4
2
1
0
Session Log
1 item selected
Scale=200% X=2.90 Y=0.80

روش جدید: اضافه کردن شرط اولیه !

میدانیم در لحظه 0 ولتاژ خازن 0 است همچنین جریان یکی از سلف ها 10 آمپر!

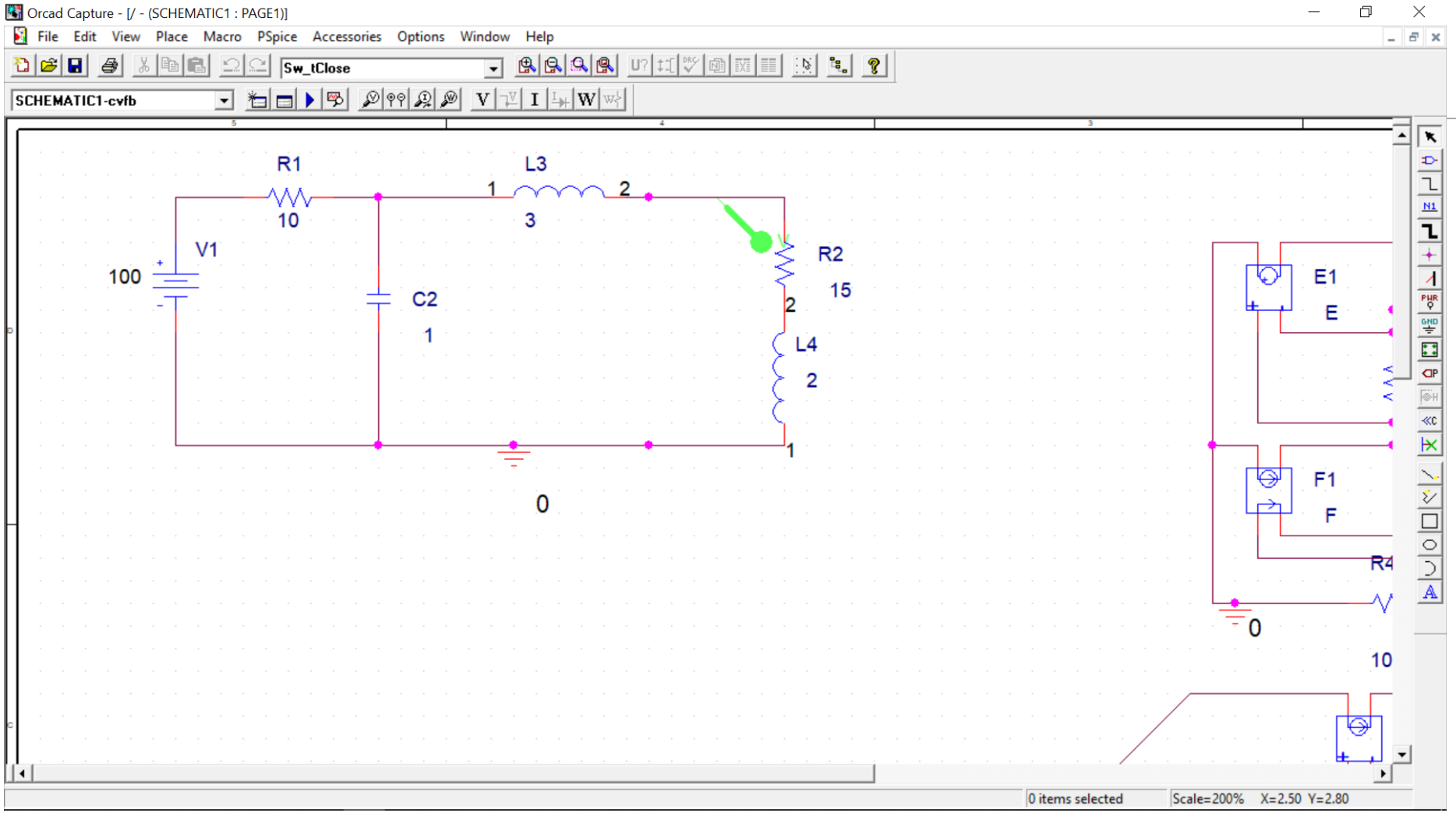
شرط اولیه ها را اعمال میکنیم و دیگر نیازی به کلید برای حل سوال نداریم

برای اینکار دوبار روی خازن یا سلف کلیک کرده

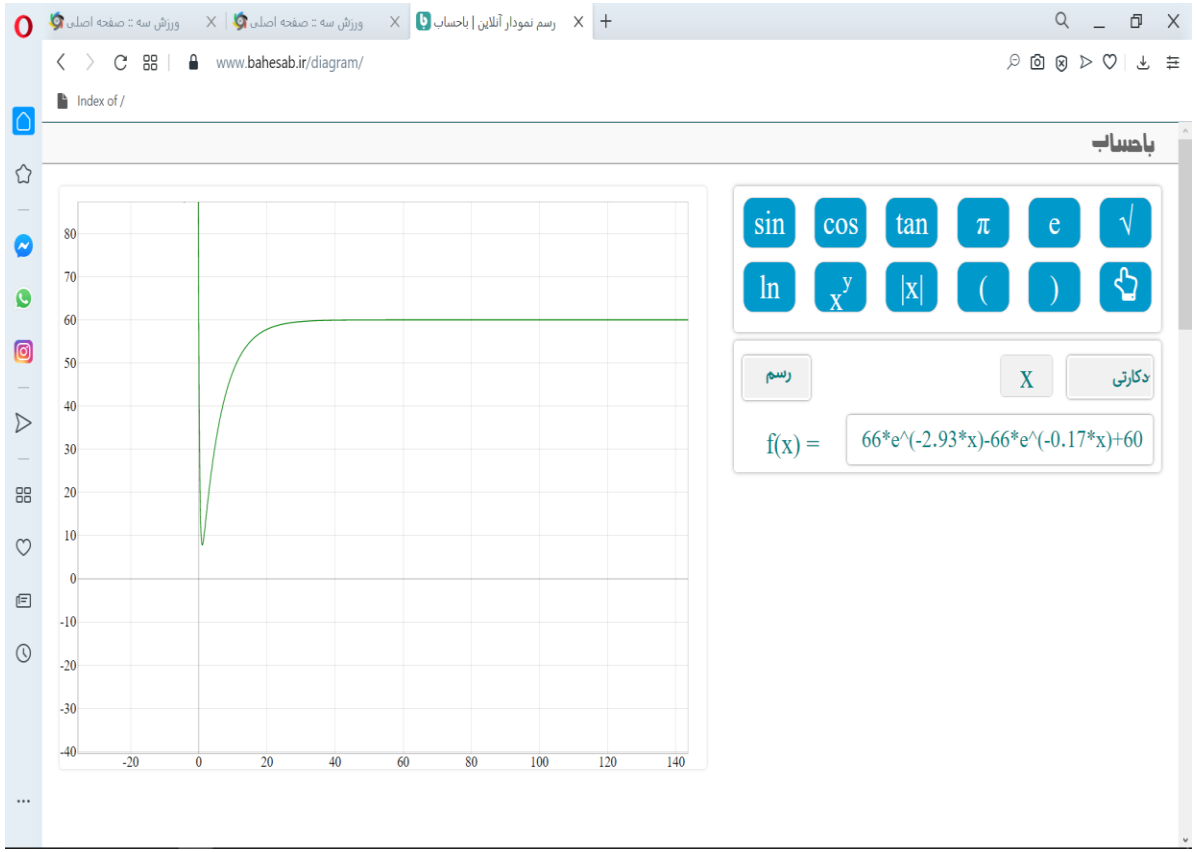


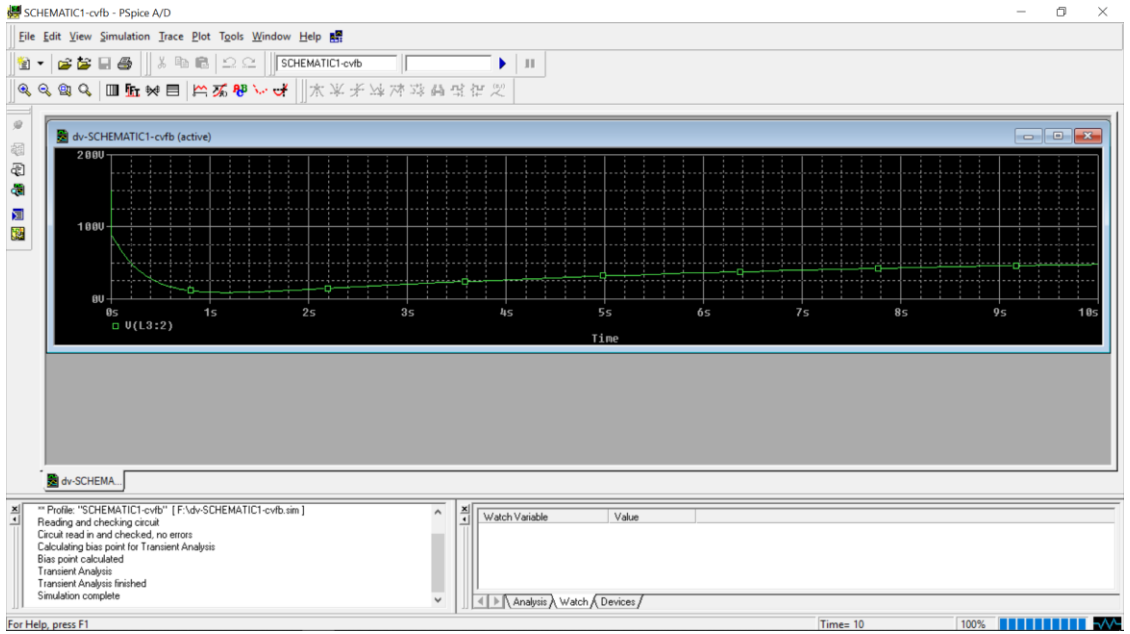
و IC یا همان شروط اولیه خودرا اعمال مینماییم

شمای جدید مدار:



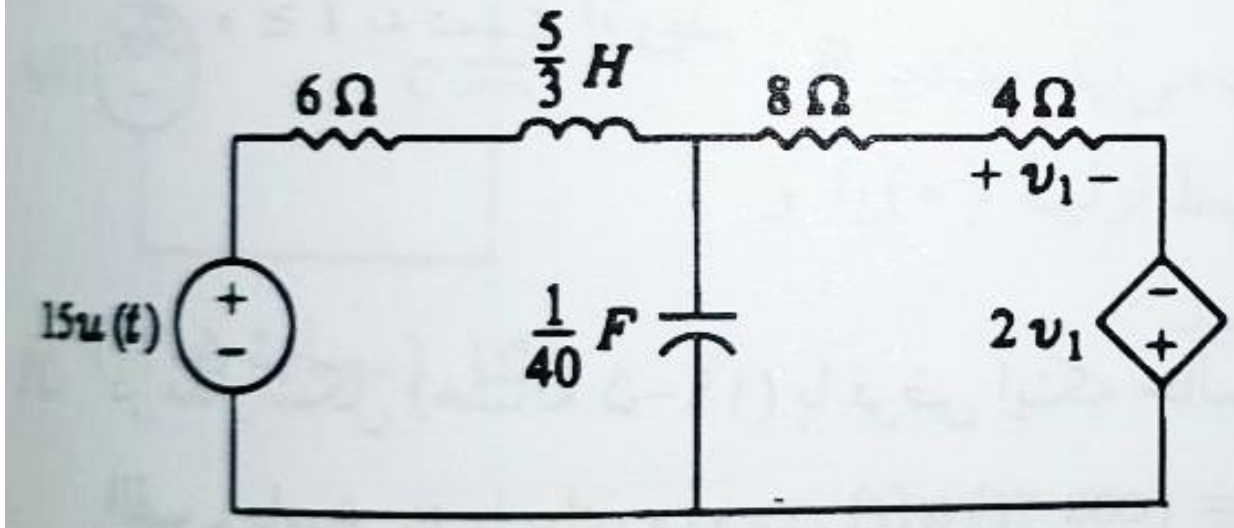
مقایسه جواب خودمان با جواب اسپایس





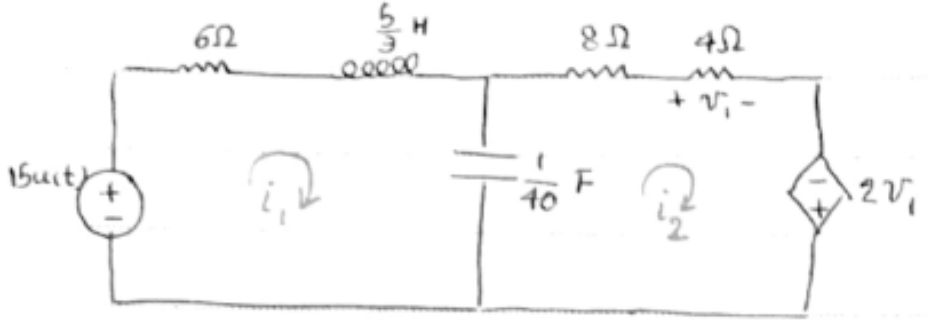
سوال 23

۲۳- در مدار شکل (مسألهٔ ۵-۲۳) ولتاژ v_1 را به دست آورید.



شکل (مسألهٔ ۵-۲۳)

سوال 23



۱) نوشتن معادله دیفرانسیل :

KVL @ mesh 1 : $-15u(t) + 6i_1 + \frac{5}{3}\frac{di_1}{dt} + \frac{1}{\frac{1}{40}}\int_0^t (i_1(\tau)-i_2(\tau))\,d\tau + v_c(0) = 0$

KVL @ mesh 2: $40\int_0^t [i_2(\tau) - i_1(\tau)]d\tau - v_c(0) + 12i_2 - 2v_1^{(4i_2)} = 0$

مشتق می‌گیریم $\Rightarrow$ $4\frac{di_2}{dt} + 40i_2 = 40i_1 \Rightarrow i_1 = (\frac{D}{10}+1)i_2$

جمع معادله دوشی : $\frac{5}{3}\frac{di_1}{dt} + 6i_1 + 4i_2 = 15u(t)$

$\Rightarrow \frac{5}{3}D(\frac{D}{10}+1)i_2 + 6(\frac{D}{10}+1)i_2 + 4i_2 = 15u(t)$

$\Rightarrow \frac{d^2i_2}{dt} + \frac{68}{5}\frac{di_2}{dt} + 60i_2 = 90u(t)$

سوال 23

2) تعیین شرایط اولیه :

$t = 0^-$ در : $i_2(0^-) = \dfrac{d\,i_2(0^-)}{dt} = 0$

$t = 0^+$ در : $\dfrac{di_2}{dt} + 10\,i_2 = 10\,i_1 \xrightarrow{\int_{0^-}^{0^+}} i_2(0^+) = i_2(0^-) = 0 = \dfrac{di_2(0^+)}{dt}$

هرچند شرط آخر پس اولیه بدون انتگرال گیری هم حاصل می شد . (چرا؟)

سوال 23

3) حل معادله دیفرانسیل :

معادله مشخصه : $s^2 + \frac{68}{6}s + 60 = 0 \Rightarrow s = -6.8 \pm 3.71j$

پاسخ خصوصی : $C = \frac{90}{60} = 1.5$

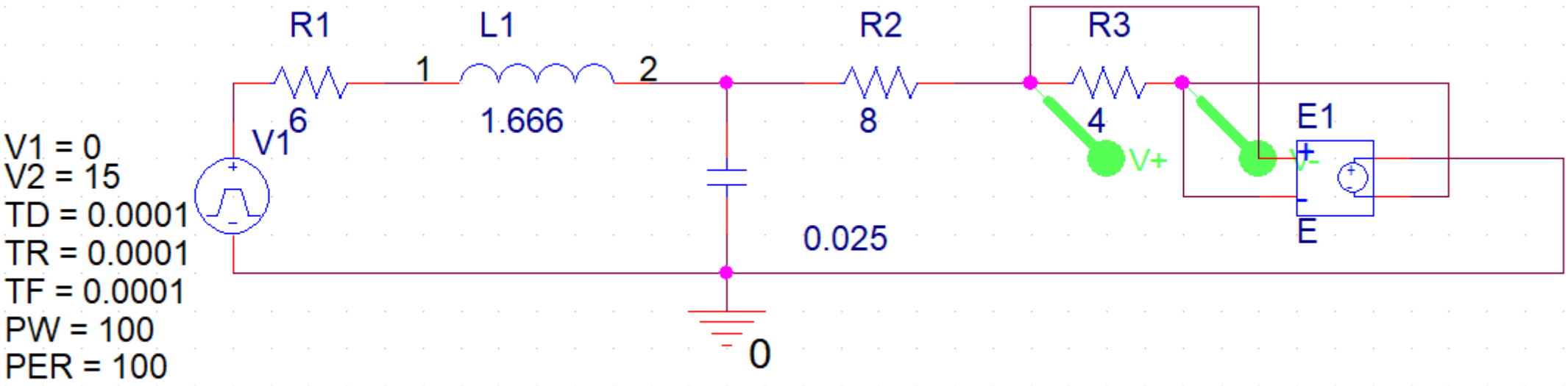
$$i_2(t) = e^{-6.8t}(A\cos 3.71t + B\sin 3.71t) + 1.5 \quad (t>0)$$

$$i_2(0^+) = 0 \Rightarrow A + 1.5 = 0 \Rightarrow A = -1.5$$

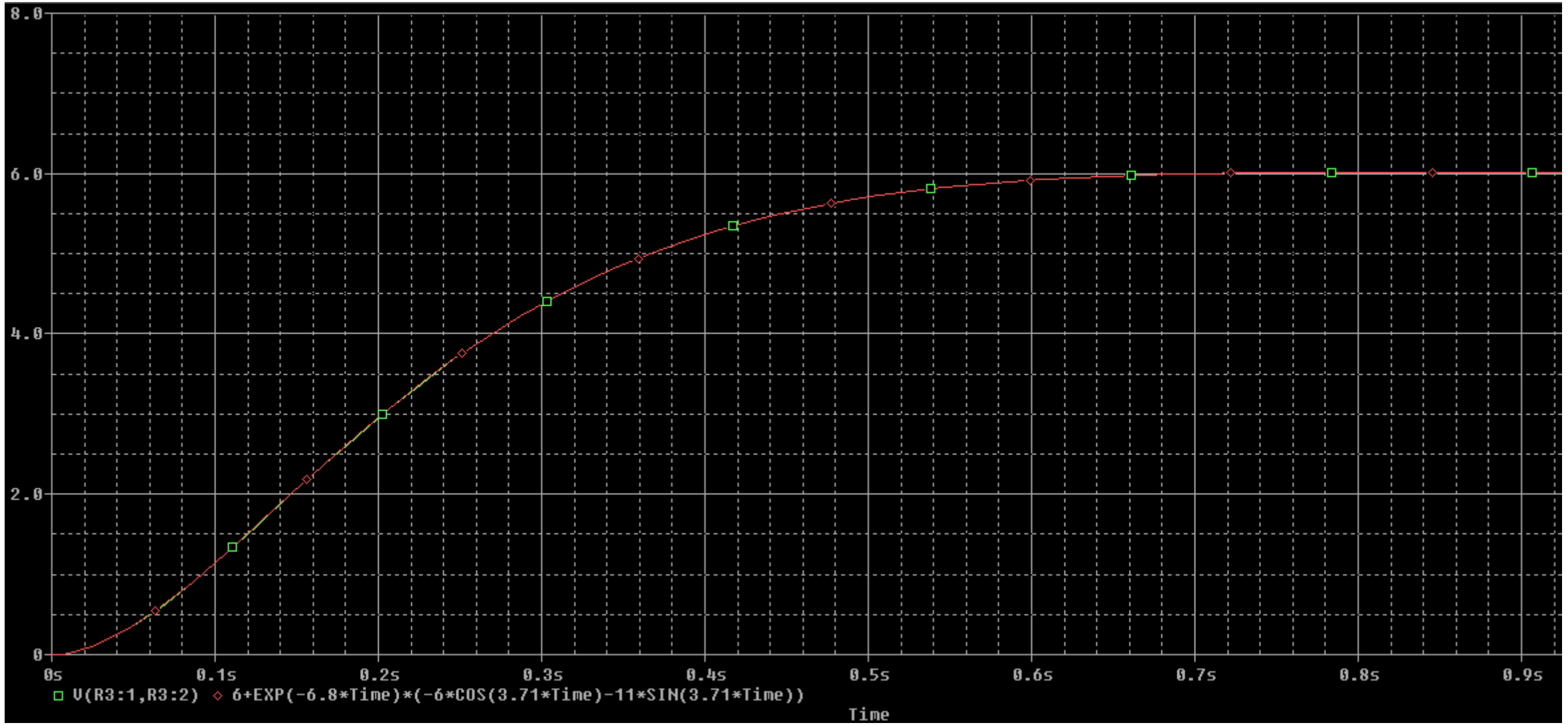
$$\frac{d\,i_2(0^+)}{dt} = 0 \Rightarrow -6.8A + 3.71B = 0 \Rightarrow B = -2.75$$

$$v_1(t) = 4i_2(t) = e^{-6.8t}(-6\cos 3.71t - 11\sin 3.71t) + 6 \quad (t>0)$$

سوال 23- شبیه سازی

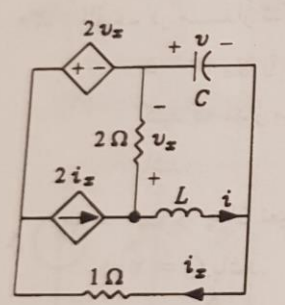


سوال 23- شبیه سازی



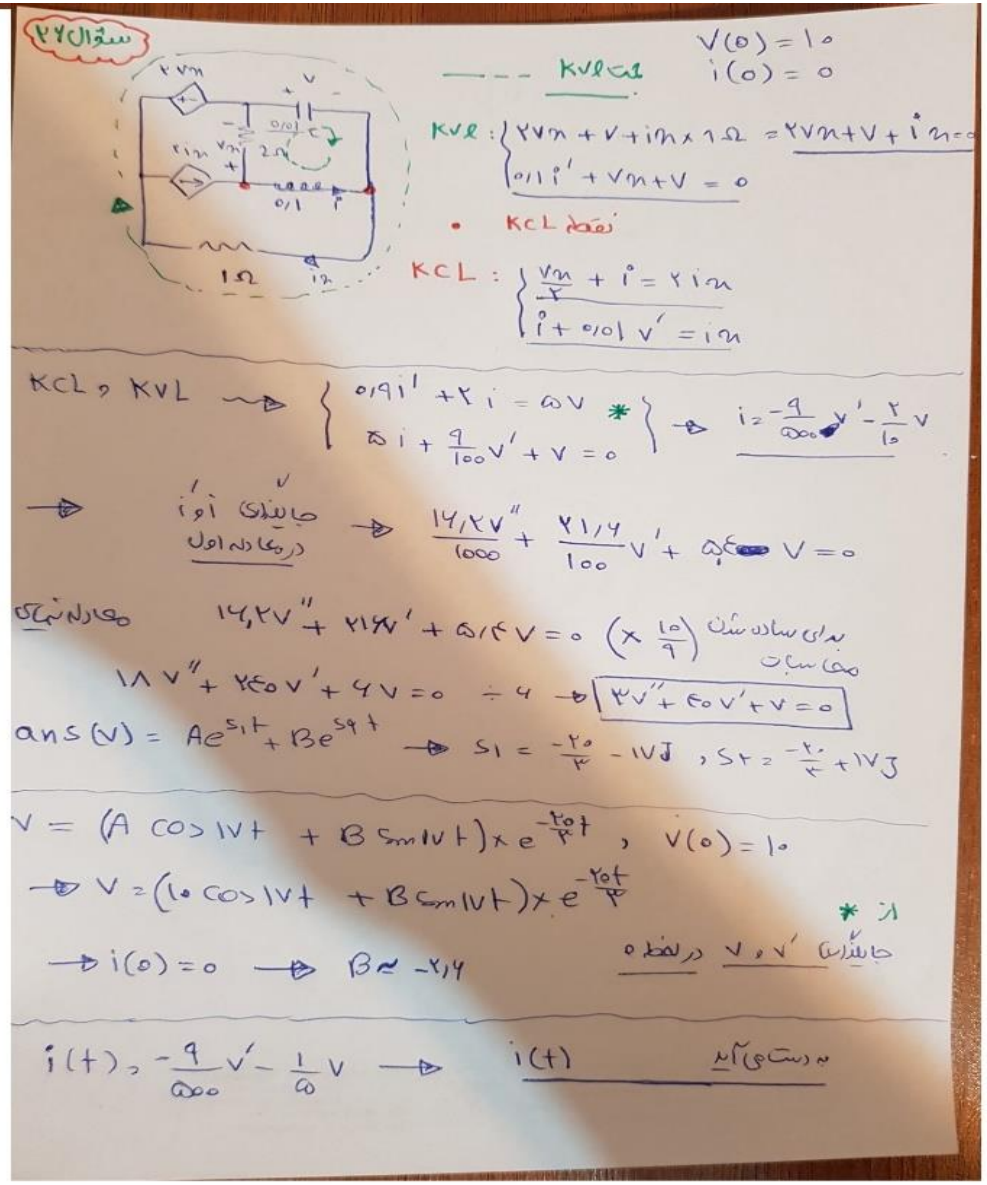
سوال 26

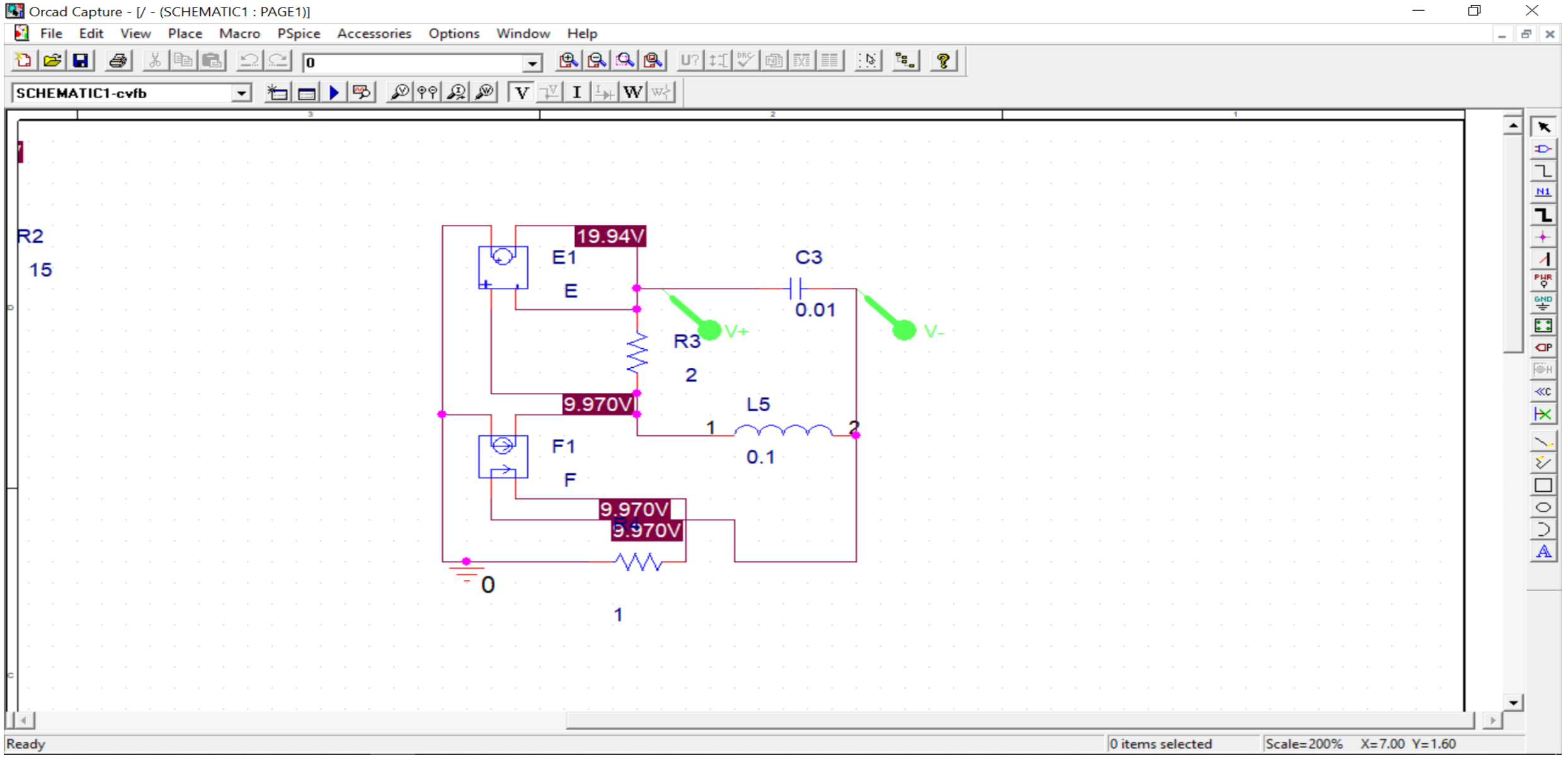
۲۶- در مدار شکل (مسألهٔ ۵-۲۶) فرض کنید ، $L = ۱۰۰$ mH ، $C = ۱۰$ mF و شرایط اولیه، $i(۰) = ۰$ و $v(۰) = ۱۰$ V باشند. مقادیر $i(t)$ و $v(t)$ را برای $t > ۰$ تعیین کنید.



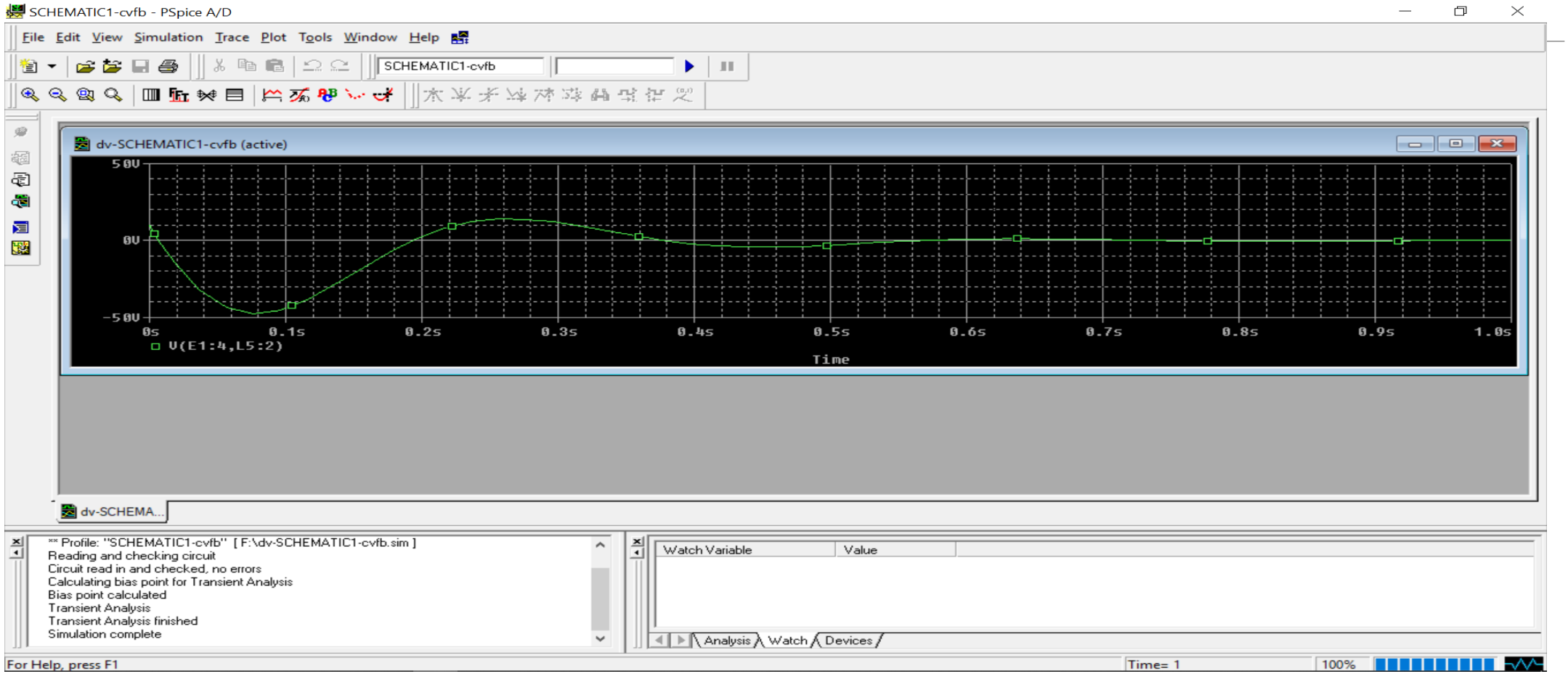
شکل (مسألهٔ ۵-۲۶)

سوال 26

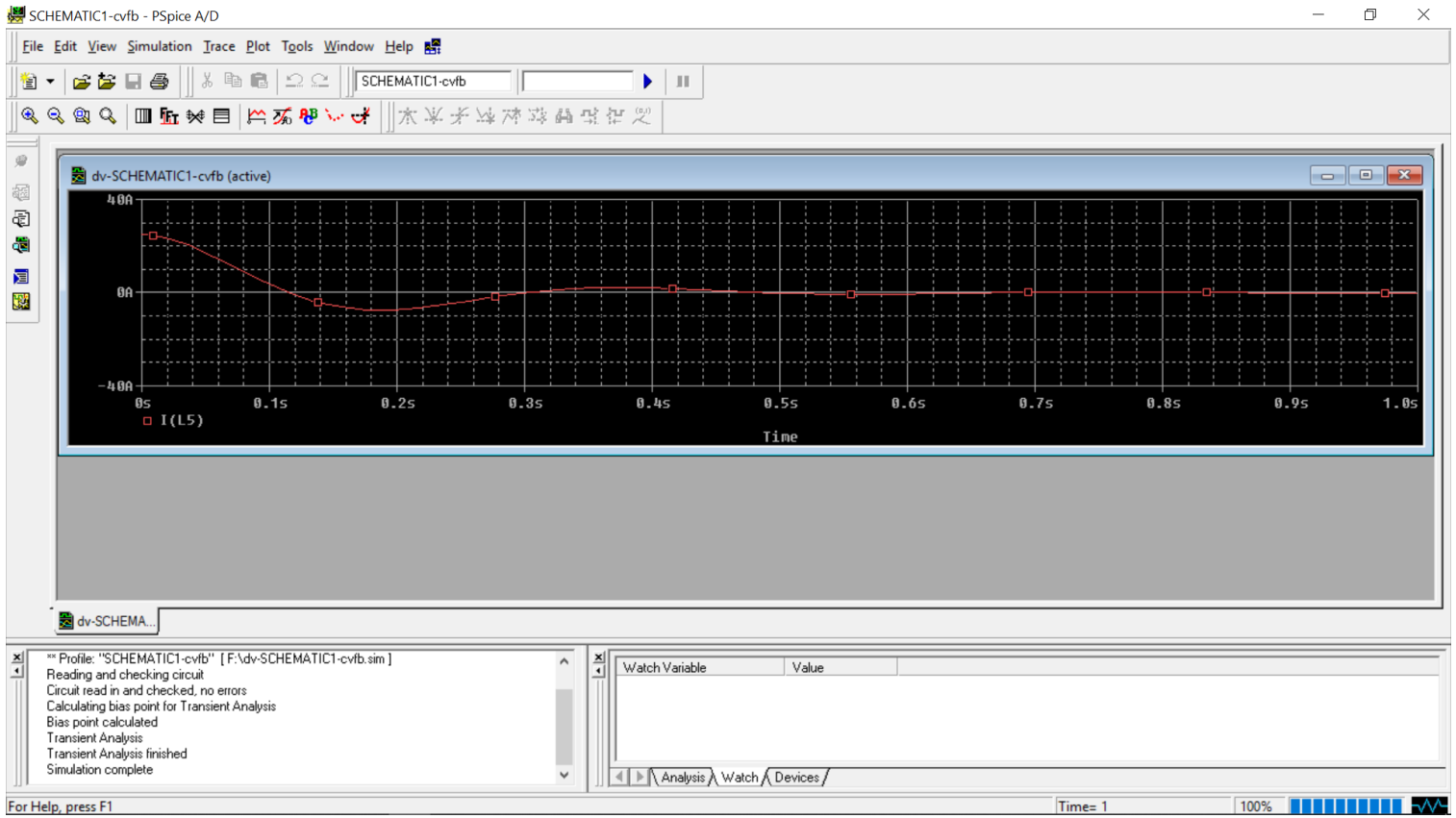

سوال ۲۶
KVL حلقه
KCL نقطه
KCL , KVL
معادله نهایی
ans(V) = Ae^{S1 t} + Be^{S2 t}
V = (A cos 1Vt + B sin 1Vt) x e^{-۲۵t/۴}
i(t) = -۹/۵۰۰ V' - ۱/۵ V
به دست آید i(t)


Orcad Capture - [/ - (SCHEMATIC1 : PAGE1)]
File Edit View Place Macro PSpice Accessories Options Window Help
SCHEMATIC1-cvfb
R2
15
19.94V
E1
E
C3
0.01
V+
V-
R3
2
9.970V
L5
1
2
0.1
F1
F
9.970V
9.970V
0
1
Ready
0 items selected
Scale=200%
X=7.00 Y=1.60

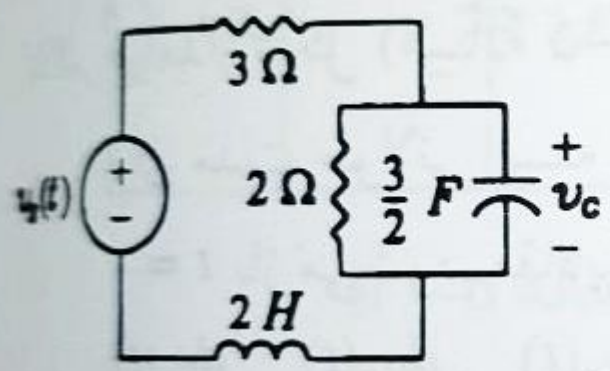
Voltage:


SCHEMATIC1-cvfb - PSpice A/D
File Edit View Simulation Trace Plot Tools Window Help
SCHEMATIC1-cvfb
dv-SCHEMATIC1-cvfb (active)
50V
0V
-50V
0s
0.1s
0.2s
0.3s
0.4s
0.5s
0.6s
0.7s
0.8s
0.9s
1.0s
V(E1:4,L5:2)
Time
dv-SCHEMA...
** Profile: "SCHEMATIC1-cvfb" [F:\dv-SCHEMATIC1-cvfb.sim]
Reading and checking circuit
Circuit read in and checked, no errors
Calculating bias point for Transient Analysis
Bias point calculated
Transient Analysis
Transient Analysis finished
Simulation complete
Watch Variable
Value
Analysis
Watch
Devices
For Help, press F1
Time= 1
100%

current


SCHEMATIC1-cvfb - PSpice A/D
File Edit View Simulation Trace Plot Tools Window Help
SCHEMATIC1-cvfb
dv-SCHEMATIC1-cvfb (active)
40A
0A
-40A
0s
0.1s
0.2s
0.3s
0.4s
0.5s
0.6s
0.7s
0.8s
0.9s
1.0s
I(L5)
Time
dv-SCHEMA...
** Profile: "SCHEMATIC1-cvfb" [F:\dv-SCHEMATIC1-cvfb.sim]
Reading and checking circuit
Circuit read in and checked, no errors
Calculating bias point for Transient Analysis
Bias point calculated
Transient Analysis
Transient Analysis finished
Simulation complete
Watch Variable
Value
Analysis
Watch
Devices
For Help, press F1
Time= 1
100%

سوال 40



شکل (مسألهٔ ۵-٤٠)

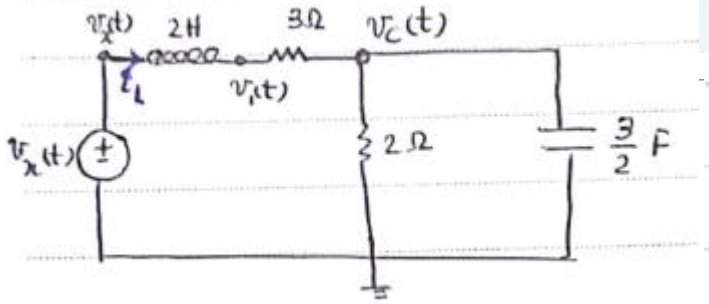
٤٠- **الف** - درمدار شکل (مسألهٔ ۵-۴۰) معادلهٔ دیفرانسیلی برحسب $v_C(t)$ بنویسید و پاسخ پله را حساب کنید.

ب - شرایط اولیه‌ای برحسب ولتاژ خازن و جریان سلف چنان پیدا کنید که برای ورودی پلهٔ واحد فقط بزرگترین فرکانس طبیعی (از لحاظ قدر مطلق) در پاسخ $v_C(t)$ ظاهر شود.

پ - شرایط اولیه‌ای چنان پیدا کنید که برای ورودی پلهٔ واحد هیچ حالت گذرایی حاصل نشود

سوال 40

۴۰- **الف-** درمدار شکل (مسألهٔ ۵-۴۰) معادلهٔ دیفرانسیلی برحسب $v_C(t)$ بنویسید و پاسخ پله را حساب کنید.



۱) نوشتن معادله دیفرانسیل:

$$\text{KCL@ } v_1: \quad \frac{1}{2}\int_0^t (v_1(\tau)-v_x(\tau))\,d\tau - i_L(0) + \frac{v_1 - v_C}{3} = 0$$

مشتق ⟹ $$\left(\frac{1}{3}D + \frac{1}{2}\right)v_1 + \left(-\frac{1}{3}D\right)v_C = \frac{1}{2}v_x$$

$$\text{KCL@ } v_C: \quad \frac{v_C}{2} + \frac{v_C - v_1}{3} + \frac{3}{2}\frac{dv_C}{dt} = 0 \Rightarrow v_1 = \left(\frac{9}{2}D + \frac{5}{2}\right)v_C$$

جایگذاری ⟹ $$\left[\left(\frac{1}{3}D + \frac{1}{2}\right)\left(\frac{9}{2}D + \frac{5}{2}\right) - \frac{1}{3}D\right]v_C = \frac{1}{2}v_x$$

$$\Rightarrow \left(\frac{3}{2}D^2 + \frac{11}{4}D + \frac{5}{4}\right)v_C = \frac{1}{2}v_x$$

$$\Rightarrow \frac{3}{2}\frac{d^2v_C}{dt^2} + \frac{11}{4}\frac{dv_C}{dt} + \frac{5}{4}v_C = \frac{1}{2}v_x$$

سوال 40

2) درجه‌ی سمت آوردن پاسخ پله نوعی بر وجود آرامش اولیه دلالت است.

3) حل معادله دیفرانسیل :

معادله مشخصه : $\frac{3}{2}s^2 + \frac{11}{4}s + \frac{5}{4} = 0 \Longrightarrow \begin{cases} s_1 = -\frac{5}{6} \\ s_2 = -1 \end{cases}$

for $v_x(t) = u(t)$: در آرامش اولیه

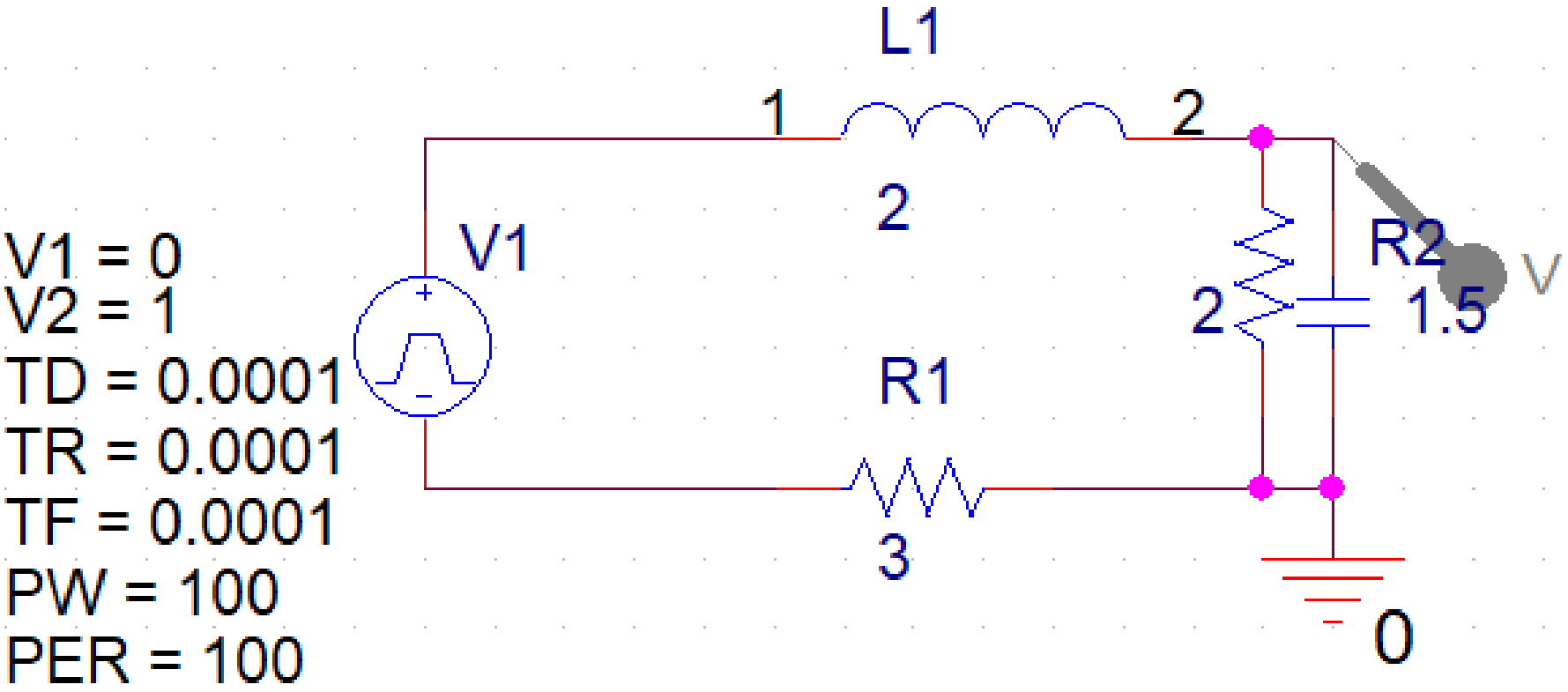
پاسخ خصوصی : $C = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{5}{4}} = 0.4$

پاسخ پله : $v_c(t) = Ae^{-\frac{5}{6}t} + Be^{-t} + 0.4$

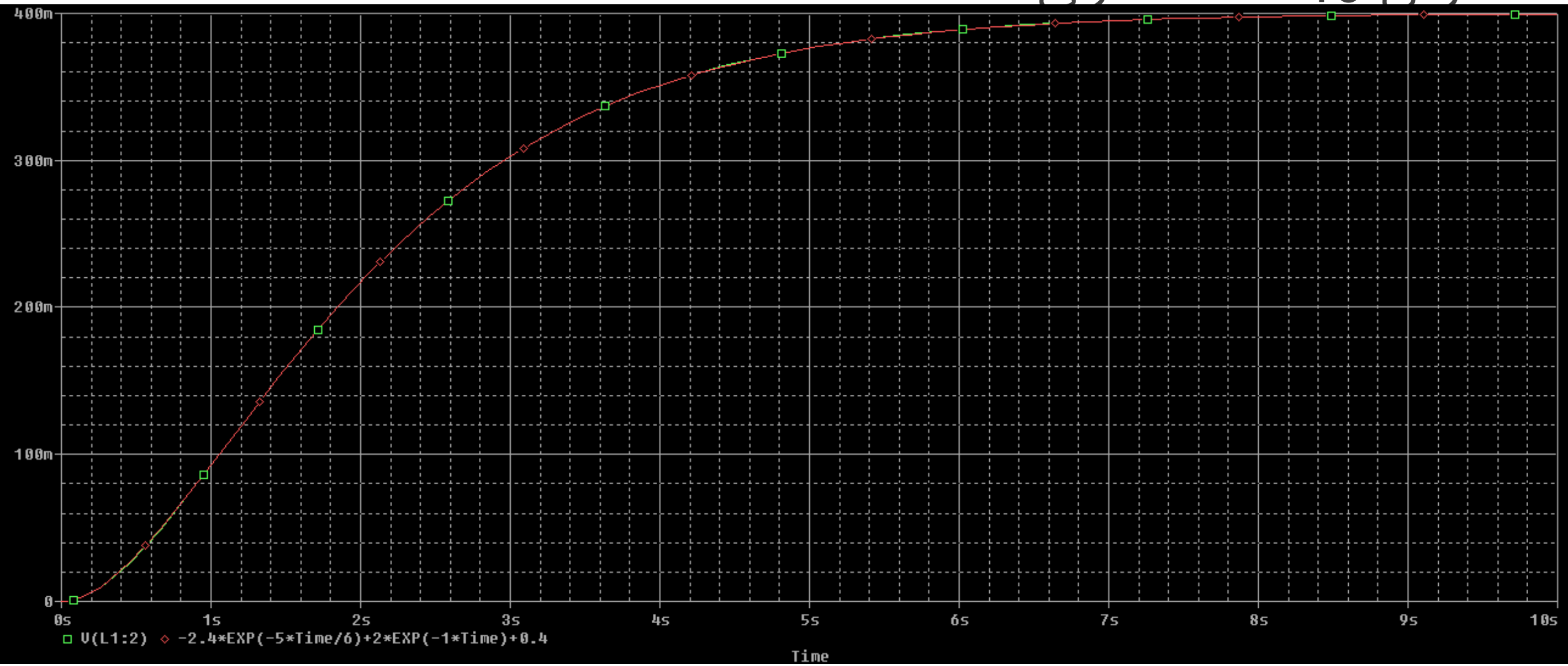
$$\left.\begin{array}{l} v_c(0) = 0 \Longrightarrow A + B + 0.4 = 0 \\ \frac{dv_c(0)}{dt} = 0 \Longrightarrow -\frac{5}{6}A - B = 0 \end{array}\right\} \Longrightarrow \begin{cases} A = -2.4 \\ B = 2 \end{cases}$$

$$v_c(t) = -2.4e^{-\frac{5}{6}t} + 2e^{-t} + 0.4 \quad (\text{for } t > 0)$$

سوال 40شبیه سازی



سوال 40شبیه سازی



سوال 40

ب - شرایط اولیه‌ای برحسب ولتاژ خازن و جریان سلف چنان پیدا کنید که برای ورودی پلهٔ واحد فقط بزرگترین فرکانس طبیعی (از لحاظ قدر مطلق) در پاسخ $v_C(t)$ ظاهر شود.

ب) 1) نوشتن معادله دیفرانسیل: در بخش الف انجام شد

2) تعیین شرایط اولیه: فرض می‌کنیم $i_L(0) = I_0$ و $v_C(0) = V_0$

← تعیین $\frac{dv_C(0)}{dt}$:

KCL @ v_C: $I_0 = \frac{V_0}{2} + \frac{3}{2}\frac{dv_C(0)}{dt} \Rightarrow \frac{dv_C(0)}{dt} = \frac{2}{3}I_0 - \frac{V_0}{3}$

سوال 40

ج) حل معادله دیفرانسیل:

for $v_x(t) = u(t)$

پاسخ خصوصی : $C = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{5}{4}} = 0.4$

پاسخ کل : $v_c(t) = Ae^{-\frac{5}{6}t} + Be^{-t} + 0.4$

$v_c(0) = V_0 \Longrightarrow A + B = V_0 - 0.4$

$\frac{dv_c(0)}{dt} = \frac{2}{3}I_0 - \frac{V_0}{3} \Rightarrow -\frac{5}{6}A - B = \frac{2}{3}I_0 - \frac{V_0}{3}$

سوال 40

$$\Rightarrow \frac{1}{6}A = \frac{2}{3}I_o + \frac{2}{3}V_o - 0.4 \Rightarrow A = 4I_o + 4V_o - 2.4$$

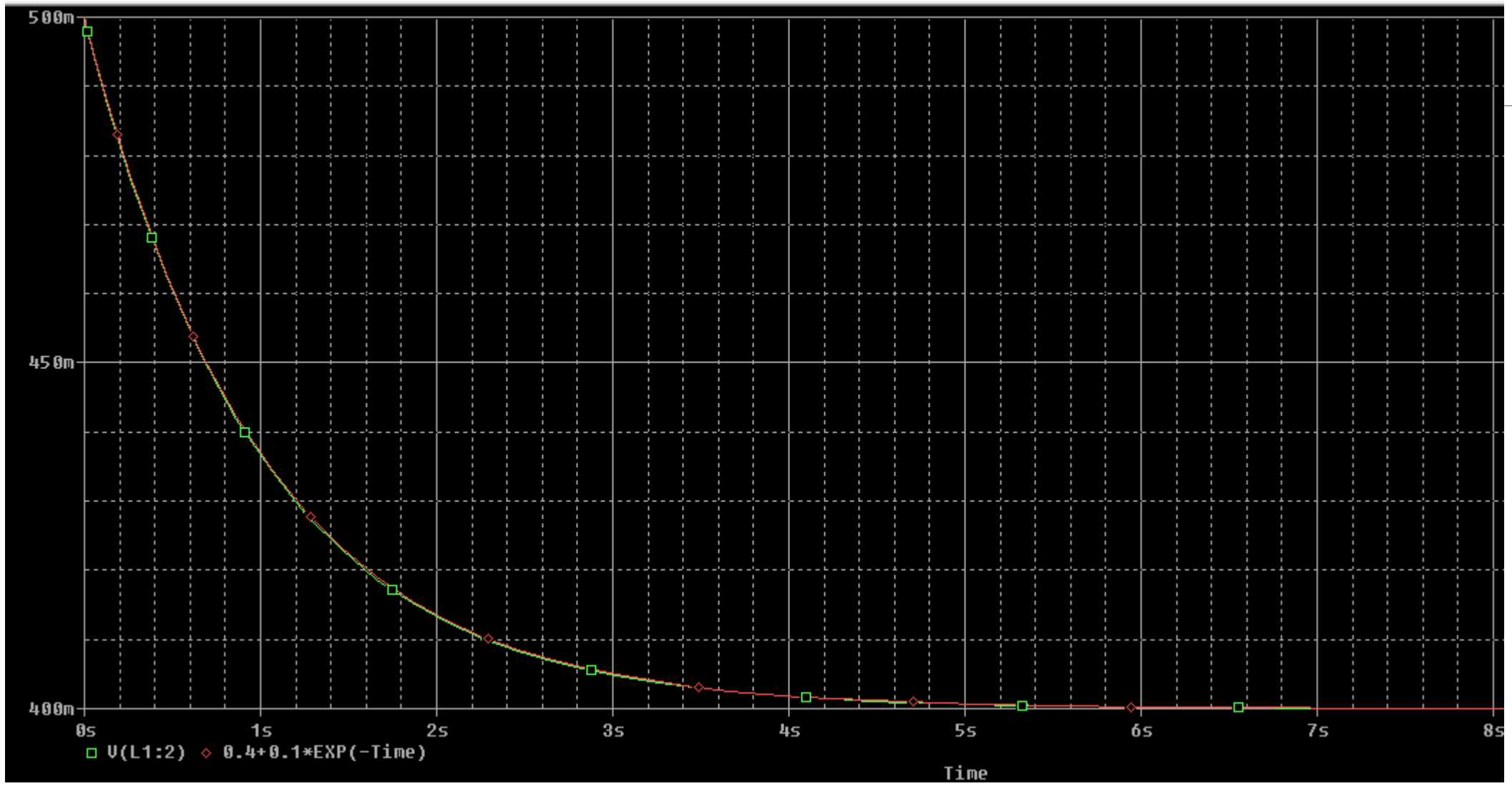
$$\Rightarrow B = V_o - 0.4 - 4I_o - 4V_o + 2.4 = -3V_o - 4I_o + 2$$

$A = 0 \Leftarrow$ در پاسخ به ورودی پله ظاهر شود e^{-t} یعنی فقط

$$I_o + V_o = 0.6$$

V0=0.5V I0=0.1A

سوال 40شبیه سازی



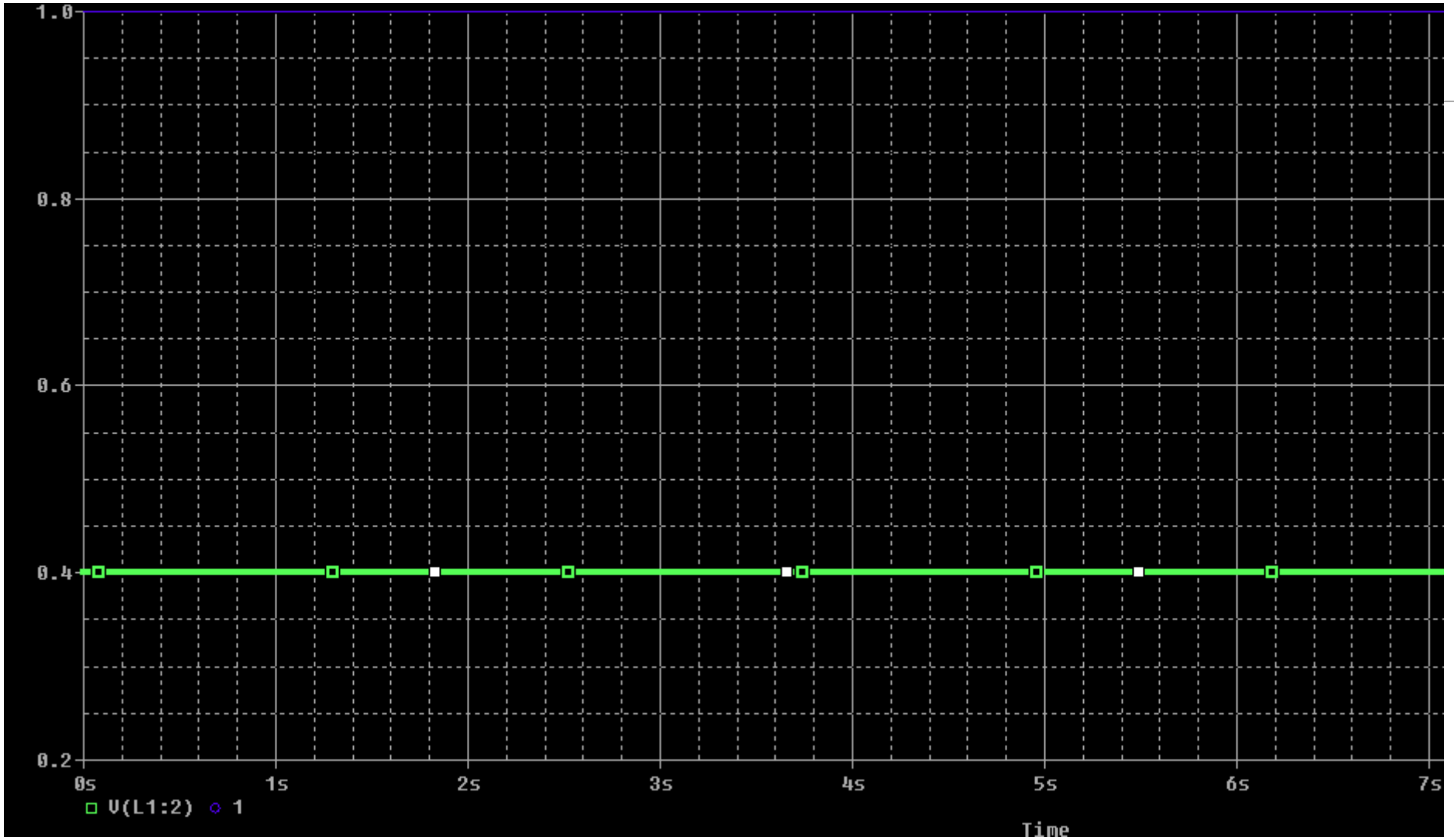
سوال 40

پ- شرایط اولیه‌ای چنان پیدا کنید که برای ورودی پلهٔ واحد هیچ حالت گذرایی حاصل نشود.

$$\begin{cases} A=0 \Rightarrow I_0 + V_0 = 0.6 \\ B=0 \Rightarrow 4I_0 + 3V_0 = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} V_0 = 0.4\,V \\ I_0 = 0.2\,A \end{cases}$$

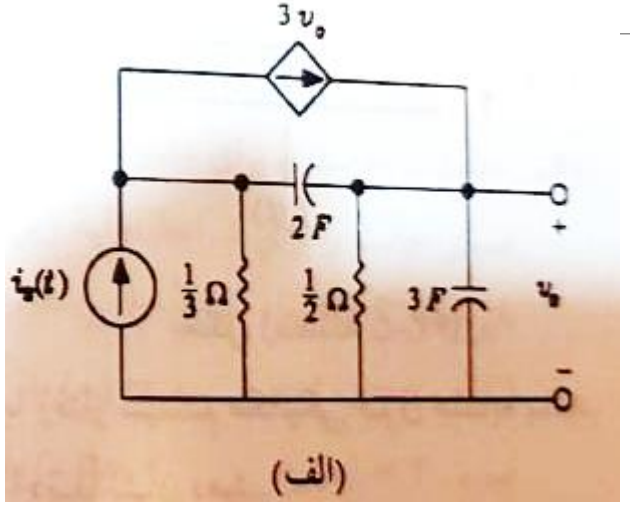
$A=B=0$ (پ

سوال 40شبیه سازی



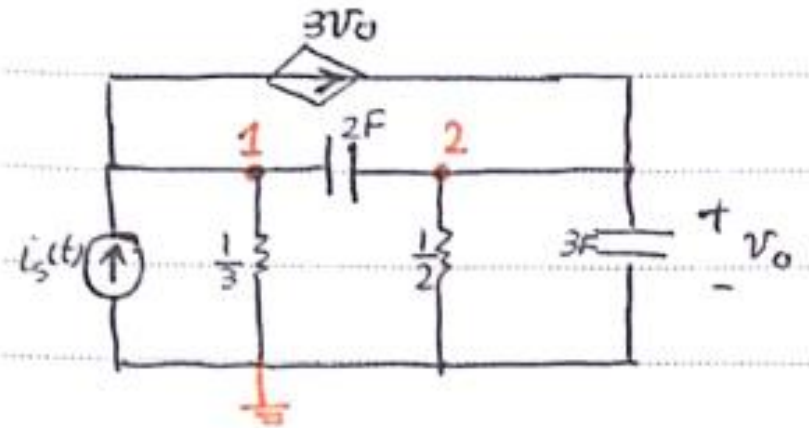
سوال 66. الف

۶۶- معادلهٔ دیفرانسیل ارتباط دهندهٔ خروجی v_o و ورودی مدارهای شکل (مسألهٔ ۵-۶۶) و پنج ضربهٔ هر یک را به دست آورید.



(الف)

سوال 66



۱) نوشتن معادله دیفرانسیل :

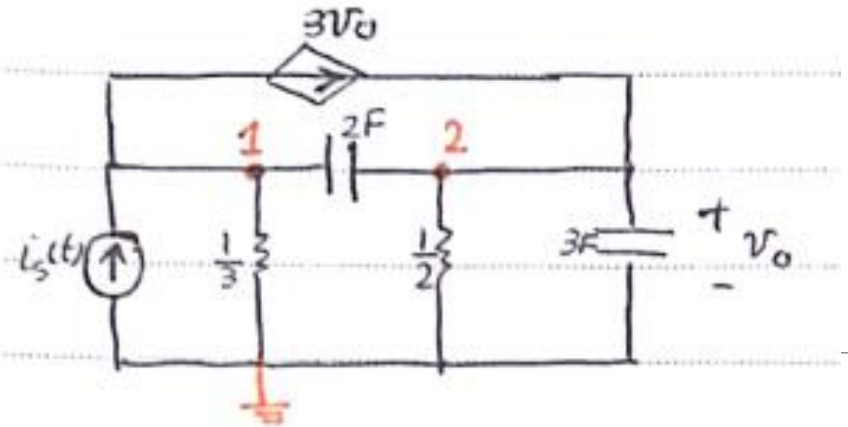
$$\text{KCL @ 1}: \quad 3v_o + \frac{v_1}{\frac{1}{3}} + 2\frac{d(v_1 - v_o)}{dt} = i_s$$

$$\Rightarrow \quad (2D+3)\,v_1 + (-2D+3)\,v_o = i_s$$

$$\text{KCL @ 2}: \quad -3v_o + 2\frac{d(v_o - v_1)}{dt} + 3\frac{dv_o}{dt} + 2v_o = 0$$

$$\Rightarrow \quad (-2D)\,v_1 + (5D-1)\,v_o = 0 \Rightarrow v_1 = \frac{5D-1}{2D}\,v_o$$

سوال 66



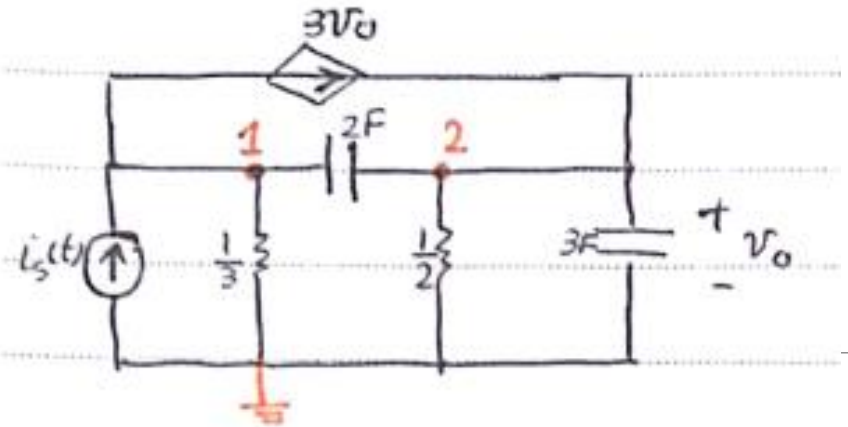
$$\Longrightarrow (2D+3)\left(\frac{5}{2}-\frac{1}{2D}\right)v_o + (-2D+3)v_o = i_s$$

$$\Longrightarrow \left(5D-1+\frac{15}{2}-\frac{3}{2D}-2D+3\right)v_o = i_s$$

$$\Longrightarrow (3D^2+9.5D-1.5)\,v_o = Di_s$$

$$\Longrightarrow \boxed{3\frac{d^2v_o}{dt^2}+9.5\frac{dv_o}{dt}-1.5v_o = \frac{di_s}{dt}}$$

سوال 66



$$\Longrightarrow (2D+3)\left(\frac{5}{2}-\frac{1}{2D}\right)v_o + (-2D+3)v_o = i_s$$

$$\Longrightarrow \left(5D-1+\frac{15}{2}-\frac{3}{2D}-2D+3\right)v_o = i_s$$

$$\Longrightarrow (3D^2+9.5D-1.5)\,v_o = Di_s$$

$$\Longrightarrow \boxed{3\frac{d^2v_o}{dt^2}+9.5\frac{dv_o}{dt}-1.5v_o = \frac{di_s}{dt}}$$

سوال 66

2) شرایط اولیه : فرض آرامش اولیه داریم ⇒ $v_0(0^-) = v_1(0^-) = 0$

معادله اول $\xrightarrow{\int_{0^-}^{0^+}}$ $2\left(v_1(0^+) - v_1(0^-)\right) - 2\left(v_0(0^+) - v_0(0^-)\right) = 1$

$$\Longrightarrow \quad v_1(0^+) - v_0(0^+) = 0.5$$

معادله دوم $\xrightarrow{\int_{0^-}^{0^+}}$ $-2\,v_1(0^+) + 5\,v_0(0^+) = 0$

$$\Rightarrow \begin{cases} v_0(0^+) = \frac{1}{3} \\ v_1(0^+) = \frac{5}{6} \end{cases}$$

$$3\,\frac{d\,v_0(0^+)}{dt} + 9.5\,v_0(0^+) = 0 \quad \Longrightarrow \quad \frac{d\,v_0(0^+)}{dt} = -\frac{19}{18}$$

سوال 66

3) حل معادله دیفرانسیل :

$$3s^2 + 9.5s - 1.5 = 0 \Rightarrow \begin{cases} s_1 = 0.15 \\ s_2 = -3.32 \end{cases}$$

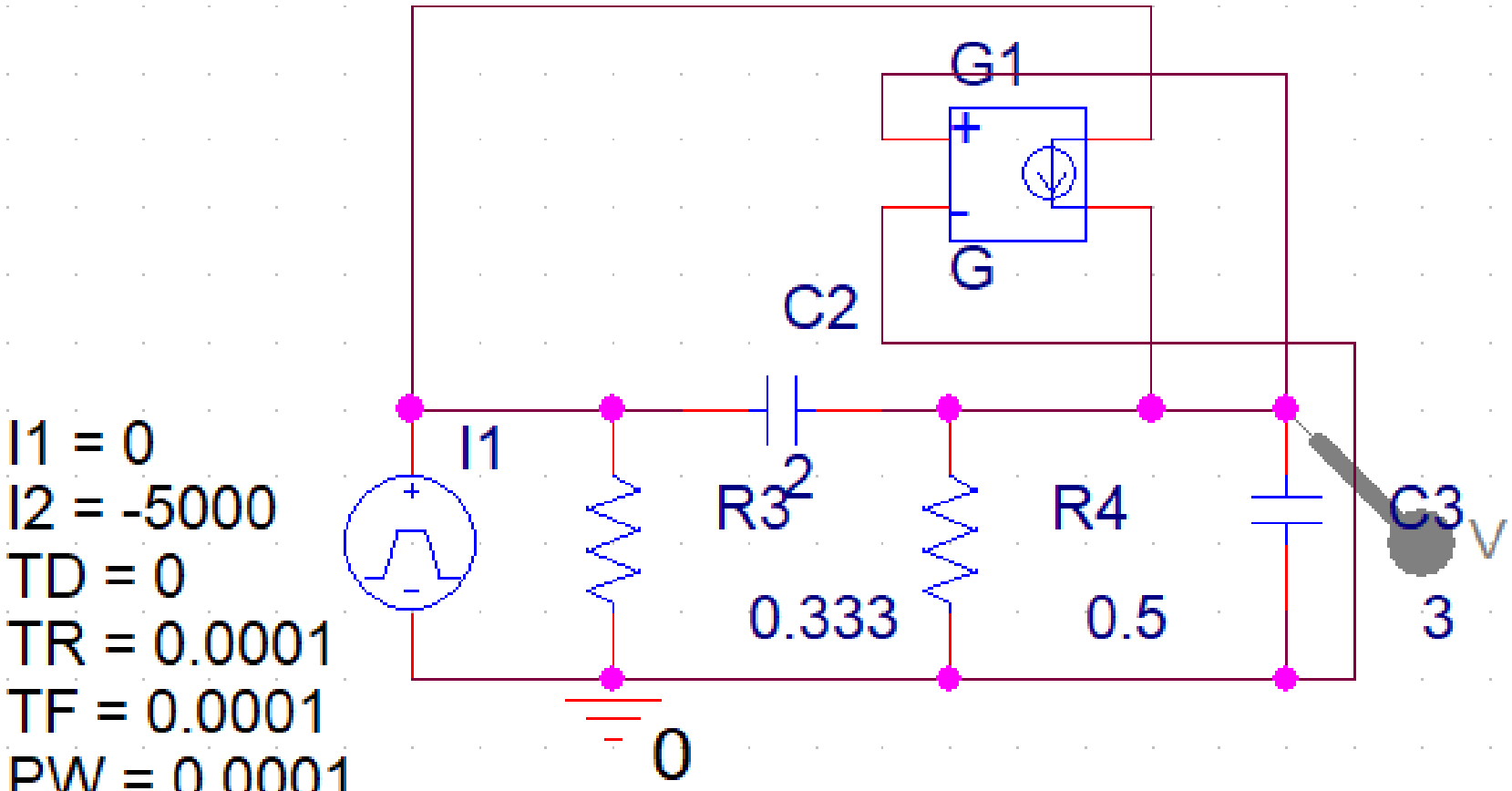
$$v_o(t) = Ae^{0.15t} + Be^{-3.32t}$$

$$\left.\begin{array}{l} 1)\ A + B = \frac{1}{3} \\ 2)\ 0.15A - 3.32B = -\frac{19}{8} \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{cases} A = 0.015 \\ B = 0.32 \end{cases}$$

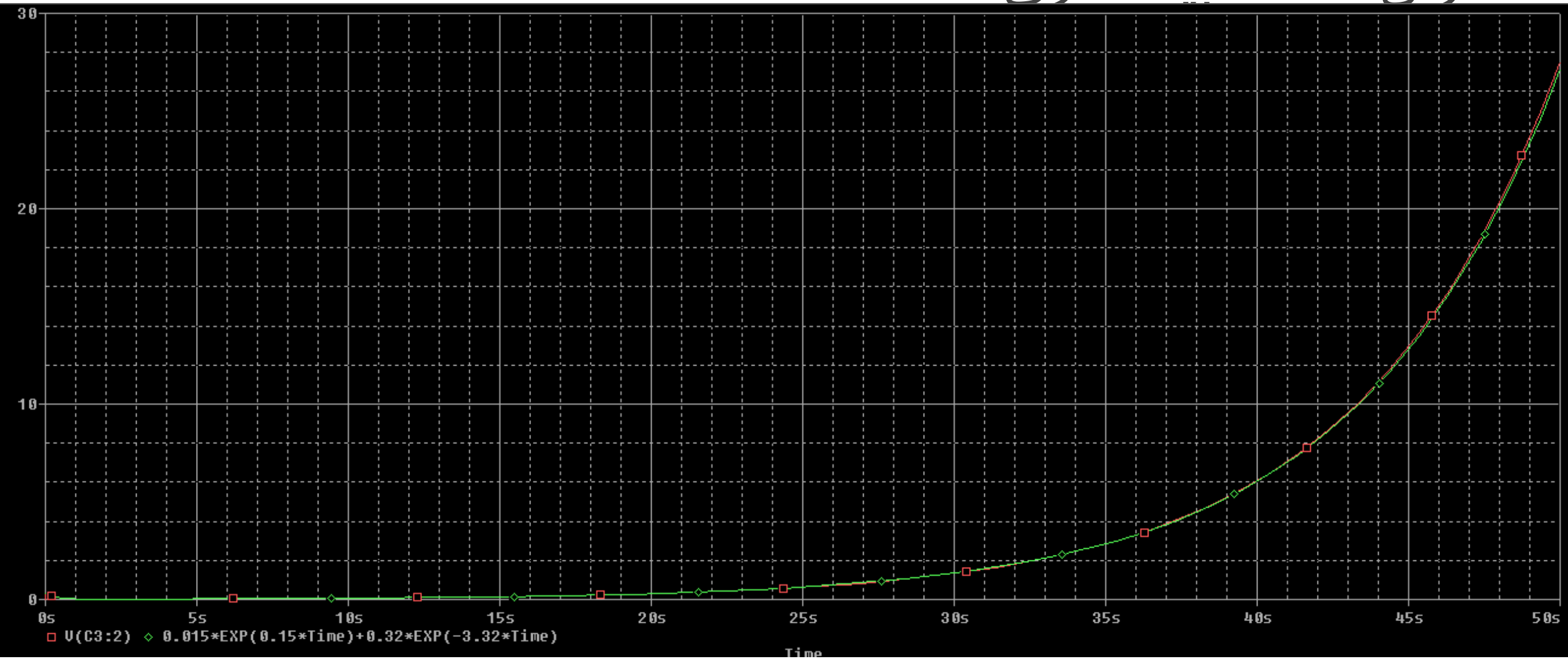
سیستم ناپایدار!!

$$v_o(t) = 0.015e^{0.15t} + 0.32e^{-3.32t} \quad (\text{for } t>0)$$

سوال 66- شبیه سازی

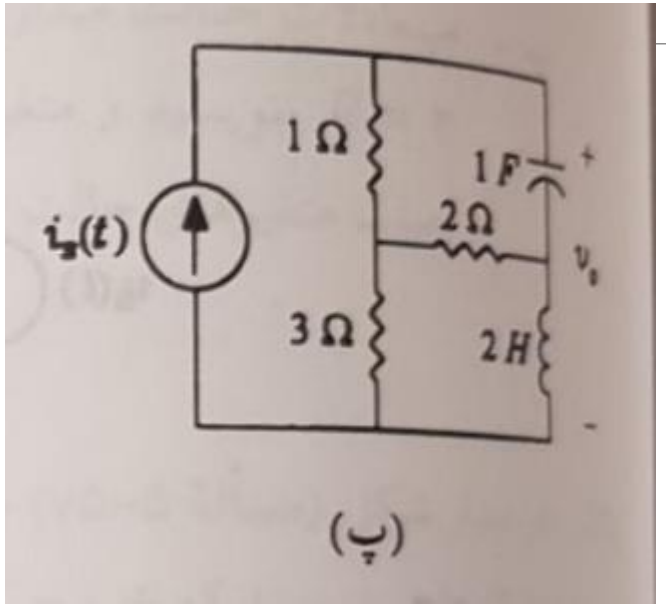


سوال 66- شبیه سازی

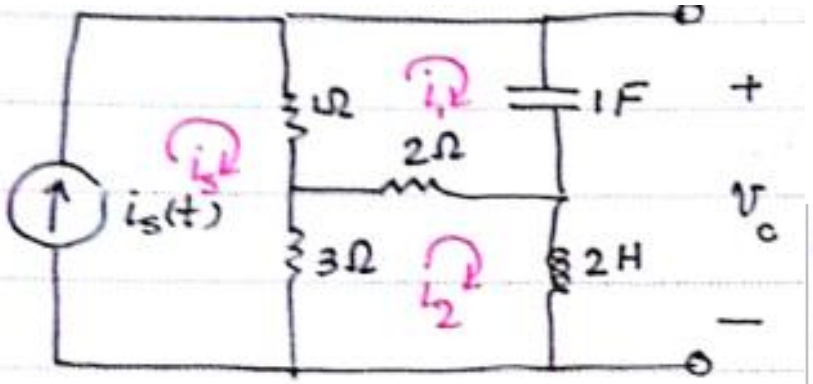


۶۶- معادلهٔ دیفرانسیل ارتباط دهندهٔ خروجی v_o و ورودی مدارهای شکل (مسألهٔ ۵-۶۶) و بسط ضربهٔ هر یک را به دست آورید.

سوال 66-پ



سوال 66-پ



۱) نوشتن معادله دیفرانسیل:

$$(i_1 - i_s)\times 1 + \boxed{\int_0^t i_1(\tau)\,d\tau} + (i_1 - i_2)\times 2 = 0 \quad (\text{KVL @ mesh 1})$$

$$(i_2 - i_1)\times 2 + 2\frac{di_2}{dt} + 3(i_2 - i_s) = 0 \quad (\text{KVL @ mesh 2})$$

$$1: \ (3D+1)q - 2i_2 = i_s$$

$$2: \ -2Dq + (2D+5)i_2 = 3i_s$$

دایم:

$$(6D^2 + 13D + 5)q = (2D+11)i_s$$

$$(6D^2 + 13D + 5)i_2 = (11D+3)i_s$$

$$v_o = v_C + v_L = q + 2\frac{di_2}{dt} \Rightarrow (6D^2 + 13D + 5)v_o = (22D^2 + 8D + 11)i_s$$

سوال 66-پ

$6S^2 + 13S + 5 = 0 \Rightarrow \begin{cases} S = -\frac{1}{2} \\ S = -\frac{5}{3} \end{cases}$ 2) حل معادله دیفرانسیل

$$v_o(t) = a\delta(t) + \left(be^{-\frac{5}{3}t} + ce^{-\frac{1}{2}t}\right)u(t)$$

با جایگذاری در معادله داریم:

$$6a\,\delta''(t) = 22\delta''(t) \Rightarrow a = \frac{11}{3}$$

$$\left[6\left(-\frac{5}{3}b - \frac{1}{2}c\right) + 13(b+c) + 5a\right]\delta(t) = 11\,\delta(t) \Rightarrow 3b + 10c = -\frac{22}{3}$$

$$\left[13a + 6(b+c)\right]\delta'(t) = 8\,\delta'(t) \Rightarrow b + c = \frac{-143 + 24}{18} = \frac{-119}{18}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} b = -8.397 \\ c = 1.786 \end{cases} \Rightarrow v_o(t) = \left(-8.397e^{-\frac{5}{3}t} + 1.786e^{-\frac{t}{2}}\right)u(t) + \frac{11}{3}\delta(t)$$

THANKS FOR YOUR ATTENTION!