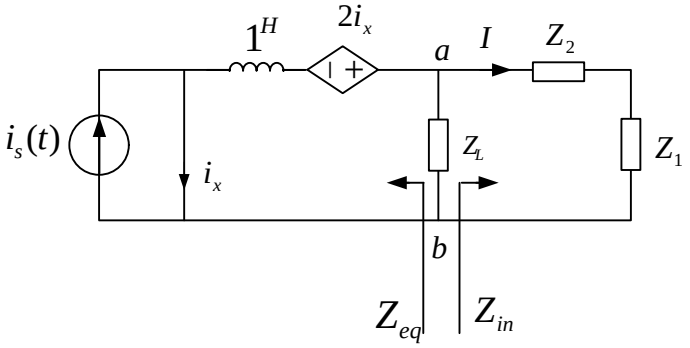
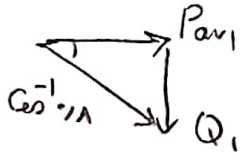
۱- در مدار شکل مقابل داریم: $i_s(t) = 5\sin 2t$



(قسمت‌های مختلف این مسئله مستقل از هم حل می‌شوند).

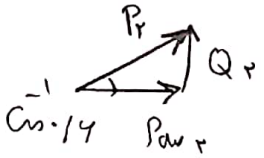
الف) بار Z_1 توان $12VAR$ را با ضریب توان 0.8 پیش‌فاز مصرف می‌کند و بار Z_2 توان ظاهری $30VA$ را با ضریب توان 0.6 پس‌فاز مصرف می‌کند. توان مختلط و توان متوسط هر یک از دو بار را بدست آورید. سپس انواع توان و ضریب توان اتصال سری آن دو را محاسبه کنید.

مسئله ۱- الف)



$Q_1 = 12\,VAR$

$\alpha = \cos^{-1}0.8 \rightarrow \tan\alpha = 0.75 \rightarrow P_{av_1} = \frac{Q_1}{0.75} = 12\,W \rightarrow P_1 = 16 - 12j\ VA$



$P_2 = 30\,e^{j\cos^{-1}0.6}\ V.A = 18 + j24\ W \rightarrow P_{av_2} = 18\,W,\ Q_2 = 24\ VAR$

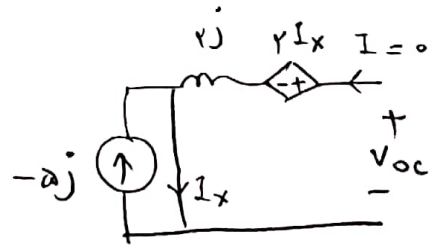
برآیند $\rightarrow P = P_1 + P_2 = 34 + j12\ VA \rightarrow P_{av} = 34\ W$

$Q = 12\ VAR$

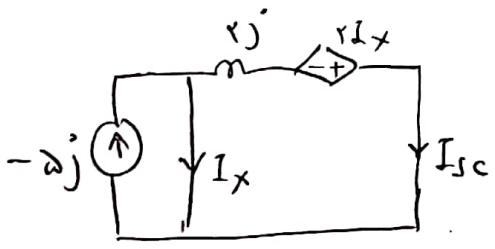
$PF = 0.94$ پس‌فاز

ب) پارامترهای مدار معادل تونن و نورتن مدار سمت چپ دیده شده از دو سر ab را با محاسبه جداگانه هر یک از سه پارامتر و در حالت دایمی سینوسی بدست آورید.

ب)



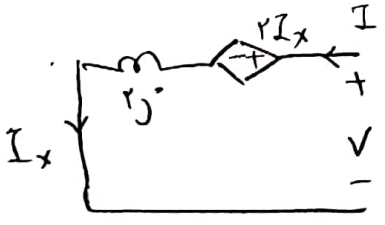
$I_x = -5j \rightarrow V_{oc} = 2I_x + 0 = -10j$



$KCL: -5j = I_x + I_{sc}$

$KVL: 2j\,I_{sc} - 2I_x = 0$

$\rightarrow I_{sc} = -2.5 - 2.5j$

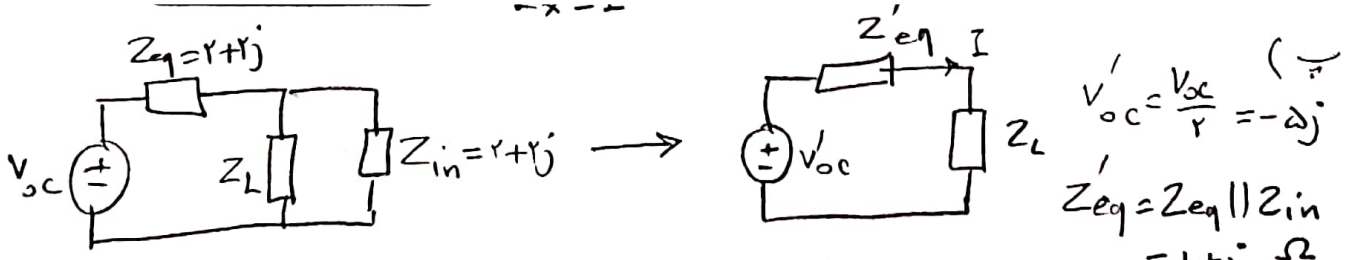


$Z_{eq} = \frac{V}{I} = \frac{2I_x + 2jI_x}{I} = 2 + 2j\ \Omega$

$I_x = I$

پ) فرض کنید $V_{oc} = -10j$,$Z_{in} = Z_{eq} = 2(1+j)$. به ازای چه مقدار Z_L حداکثر توان متوسط به آن منتقل می‌شود؟ مقدار این توان را نیز حساب کنید. مسئله را در حالت‌های زیر حل کنید:

$Z_L = R_L + jX_L$, $Z_L = 3 + jX_L$, $Z_L = R_L + j3$, $Z_L = R_L$



$V'_{oc} = \frac{V_{oc}}{2} = -5j$ (پ)

$Z'_{eq} = Z_{eq} \| Z_{in} = 1 + j\ \Omega$

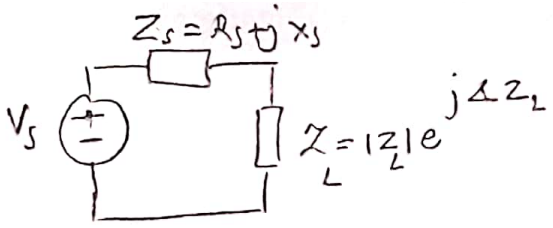
a) $Z_L = Z'^{*}_{eq} = 1 - j \longrightarrow I = \frac{V'_{oc}}{Z'_{eq} + Z_L} = \frac{-5j}{2} = -2.5j$ $P_{av} = \frac{1}{2} Re\{Z\} |I|^2 = \frac{25}{8}$ W

b) $Z_L = 2 + jX_L \longrightarrow X_L = -1 \longrightarrow I = \frac{-5j}{4} = -1.25j$ $P_{av} = 2.34$ W

c) $Z_L = R_L + j2 \longrightarrow R_L = \sqrt{1 + (3)^2} = \sqrt{10} \longrightarrow I = \frac{-5j}{\sqrt{10} + 1 + 3j}$ $P_{av} = 1.42$ W

d) $Z_L = R_L \longrightarrow R_L = \sqrt{2} \longrightarrow I = \frac{-5j}{\sqrt{2} + 1 + j}$ $P_{av} = 2.59$

ت) (اختیاری) در قسمت پ مقدار امپدانس $Z_L = 3\angle\theta$ چقدر باشد تا حداکثرتوان متوسط به آن منتقل شود؟ برای $Z_L = |Z_L|\angle 30^\circ$ چطور؟



ت) مسئله انتقال توان ماکزیمم را برای حالتی که طنه و یا فاز بار مجهول باشد حل می‌کنیم.

$$I = \frac{V_S}{Z_S + Z_L} \qquad P_{av Z_L} = \frac{1}{2} Re\{Z_L\} |I|^2$$

$$= \frac{1}{2} |Z_L| \cos\angle Z_L \frac{|V_S|^2}{(R_S + |Z_L|\cos\angle Z_L)^2 + (X_S + |Z_L|\sin\angle Z_L)^2}$$

$$\frac{\partial P_{av}}{\partial |Z_L|} = 0 \Rightarrow |Z_L| = |Z_S|$$

$$\frac{\partial P_{av}}{\partial \angle Z_L} = 0 \Rightarrow \angle Z_L = -\angle Z_S$$

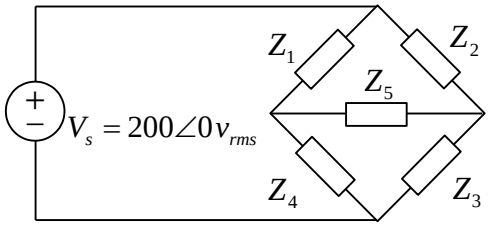
و اگر هر دو توانند برقرار باشند، در اینصورت $Z_L = Z_S^*$

بعد از حل مسئله در حالت کلی، دو قسمت خواسته شده را حل می‌کنیم:

$$Z_L = 3\angle\theta \Rightarrow \theta = \angle Z'_{eq} = 45^\circ \longrightarrow \underline{Z_L = 3\angle 45^\circ}$$

$$Z_L = |Z_L|\angle 30^\circ \longrightarrow |Z_L| = |Z'_{eq}| = \sqrt{2} \longrightarrow Z_L = \sqrt{2}\angle 30^\circ$$

۲- در مدار شکل زیر و در حالت دائمی سینوسی، توان مختلط امپدانس‌های مدار به صورت زیر داده شده است:
امپدانس دیده شده از دوسر منبع و ضریب توان آن و مقدار موثر جریان منبع ولتاژ را حساب کنید.



$$P_1 = (10 + j20)\,KVA$$
$$P_2 = (5 + j6)\,KVA$$
$$P_3 = (1 - j3)\,KVA$$
$$P_4 = (3 + j3)\,KVA$$
$$P_5 = (1 - j11)\,KVA$$

۲-

$P = \sum P_i = ۲۰ + ۱۲۰j$ KVA

$V_S = ۲۰۰\sqrt{۲} \angle ۰$ $\quad P = \frac{۱}{۲} V_S \bar{I}$

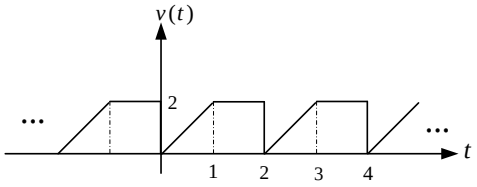
$۲۰۰۰۰ + ۱۲۰۰۰ j = \frac{۱}{۲}(۲۰۰\sqrt{۲})\bar{I} \rightarrow I = \frac{۲۰۰ - ۱۲۰j}{\sqrt{۲}}$

$I_e = \frac{I_m}{\sqrt{۲}} = 125$ Arms

$Z = \frac{V}{I} = \frac{۲۰۰\sqrt{۲}\angle ۰}{\frac{۲۰۰ - ۱۲۰j}{\sqrt{۲}}} = ۱/۶(۴ + ۳j)\ \Omega$

$pf = \cos \angle Z = ۰/۸$ پس فاز

۳- مقدار متوسط و مقدار موثر شکل موج ولتاژ در شکل مقابل را حساب کنید.



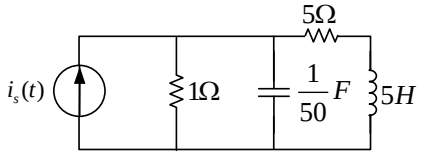
$$V_e = \sqrt{\frac{۱}{۲}\int_۰^۲ v(t)^۲\,dt} = \sqrt{\frac{۱}{۲}\left(\int_۰^۱ ۴t^۲\,dt + ۴\right)} = \frac{۲\sqrt{۶}}{۳}$$

$$V_{dc} = V_{av} = \frac{۱}{۲}\int_۰^۲ v(t)\,dt = \frac{۳}{۲}$$

۴- الف) یک مدار RLC **سری** طرح کنید که پهنای باند $3dB$ آن $20rad/s$، فرکانس تشدید آن $200rad/s$ و ادمیتانس آن در فرکانس تشدید ۲۰ باشد.

ب) در قسمت الف با استفاده از روابط تغییر سطح امپدانس و تغییر مقیاس فرکانس، مداری طرح کنید که فرکانس تشدید آن $1000rad/s$ و ادمیتانس آن در فرکانس تشدید ۱۰ باشد.

پ) در مدار شکل زیر با محاسبه ادمیتانس دیده شده از دوسرمنبع، فرکانس تشدید آن را بدست آورید. امپدانس در فرکانس تشدید چقدر است؟



۴- الف)

$\Delta\omega = 2\alpha = \frac{R}{L}$

$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

$Y(j\omega_0) = \frac{1}{R}$

$G = 20 \longrightarrow R = \frac{1}{20}\Omega$

$\Delta\omega = 20 \longrightarrow L = \frac{1}{400}H$

$\omega_0 = \frac{1}{200} \longrightarrow C = \frac{1}{100}F$

ب)

$k_r = \frac{Z(j\omega_0)}{Z(j\omega_0)} = \frac{\frac{1}{10}}{\frac{1}{20}} = 2 \longrightarrow \begin{cases} R = k_r \times \frac{1}{20} = \frac{1}{10}\Omega \\ L = \frac{k_r}{k_f} \times \frac{1}{400} = 1\ mH \\ C = \frac{1}{k_r k_f} \times \frac{1}{100} = 1\ mF \end{cases}$

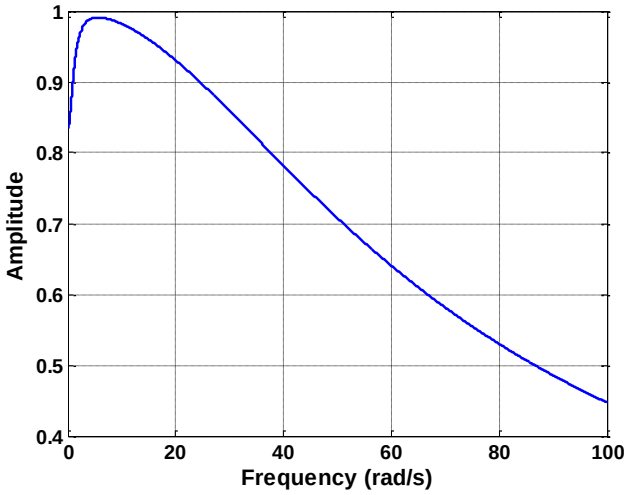
$k_f = \frac{1000}{200} = 5$

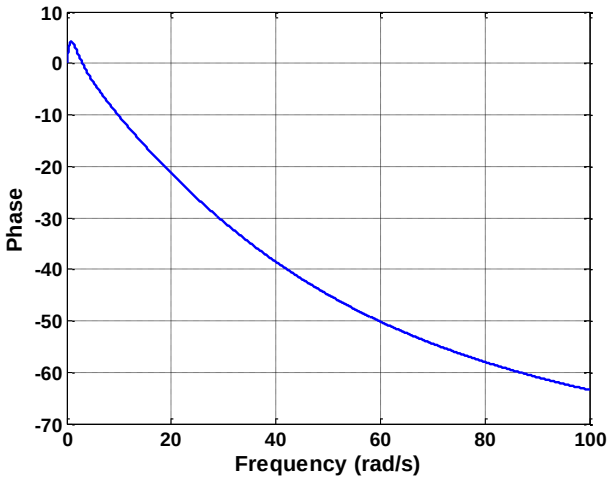
$Y(j\omega) = 1 + j\frac{\omega}{50} + \frac{1}{5+5j\omega} = 1 + j\frac{\omega}{50} + \frac{5-5j\omega}{2\cdot 5+2\cdot 5\omega^2} = \left(1 + \frac{5}{2\cdot 5+2\cdot 5\omega^2}\right) + j\left(\frac{\omega}{50} - \frac{5\omega}{2\cdot 5+2\cdot 5\omega^2}\right)$

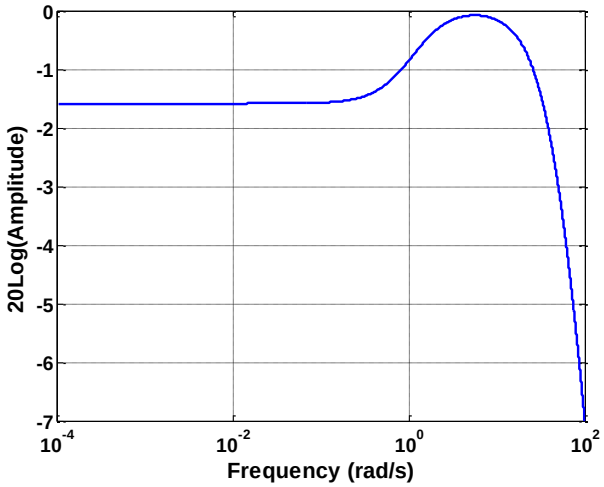
$Im\{Y\} = 0 \longrightarrow \frac{\omega}{50} = \frac{5\omega}{2\cdot 5+2\cdot 5\omega^2} \longrightarrow 2\cdot 5(1+\omega^2) = 2\cdot 50 \longrightarrow \omega^2 = 9$

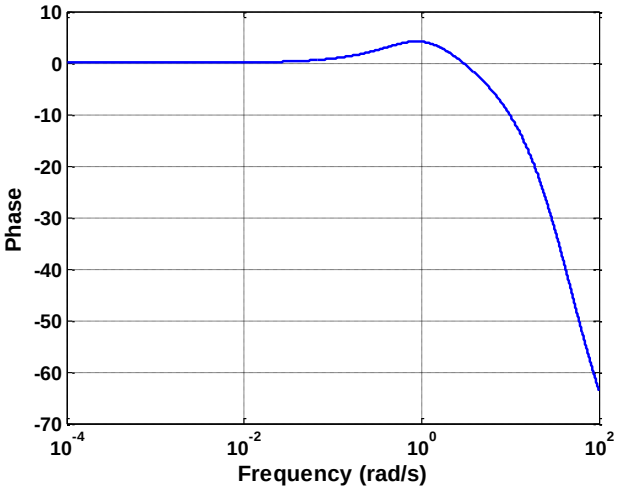
$\longrightarrow \omega = 3\ rad/s \longrightarrow Y(j3) = \frac{51}{50}$ و $Z(j3) = \frac{50}{51}\Omega$

ت) (اختیاری) در قسمت پ، منحنی‌های دامنه و فاز امپدانس را در مقیاس خطی و لگاریتمی با Matlab رسم کنید.





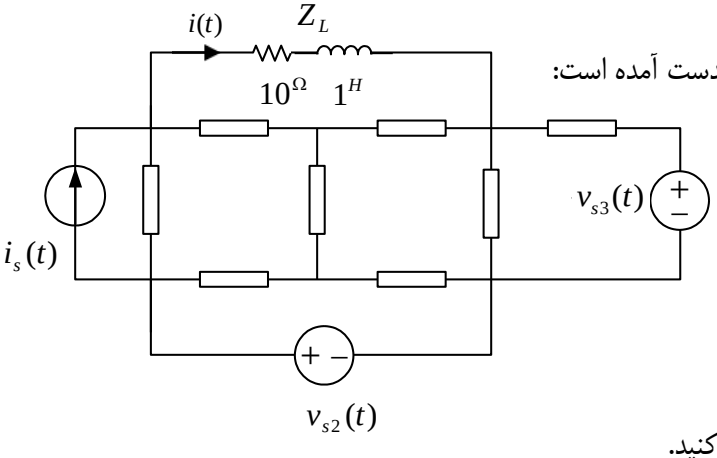




۵- مدار شکل زیر از عناصر RLC خطی تغییرناپذیر با زمان و پسیو و سه منبع مستقل زیر ساخته شده است:

$$i_{s1}(t)=4\cos(t+\frac{\pi}{6}),\quad v_{s2}(t)=12\cos(2t),\quad v_{s3}(t)=4\cos(t+\frac{\pi}{6})$$

الف) فرض کنید وقتی هر یک از منابع به تنهایی در مدار باشد (و بقیه منابع صفر باشند) ۱۰۰ وات توان متوسط در امپدانس Z_L متشکل از اتصال سری مقاومت ۱۰ اهمی و سلف یک هانری تلف می‌شود. ماکزیمم و می‌نیمم توان متوسط تلف شده در امپدانس Z_L در صورت وجود همه منابع با هم چقدر است؟ به فرکانس منابع دقت کنید.



ب) برای جریان $i(t)$ و هر یک از سه منبع ، سه تابع شبکه به صورت زیر بدست آمده است:

$$H_1(j\omega)=\left.\frac{I}{I_{s1}}\right|_{V_{s2}=0,V_{s3}=0}=\frac{1+j\omega}{3+j\omega}$$

$$H_2(j\omega)=\left.\frac{I}{V_{s2}}\right|_{I_{s1}=0,V_{s3}=0}=\frac{1+j\omega}{2+j\omega}$$

$$H_3(j\omega)=\left.\frac{I}{V_{s3}}\right|_{I_{s1}=0,V_{s2}=0}=\frac{3+j\omega}{1+j\omega}$$

فرض کنید با وجود سه منبع، مدار به حالت دائمی رسیده است.

جریان $i(t)$ و توان متوسط تحویل داده شده به مقاومت ده اهمی را حساب کنید.

مسئله ۵ - الف) توان متوسط هر منبع به تنهایی ۱۰۰ وات پس دامنه جریان هر منبع برابر است با:

$$P_{av_i}=\frac{1}{2}Re\{Z_L\}|I_i|^2 \longrightarrow 100=\frac{1}{2}\times 10\times|I_1|^2 \longrightarrow |I_1|^2=20$$

درصورت اعمال هر یک سه منبع، توان متوسط کل برابر است با توان ناشی از منبع V_{s2} (۱۰۰ وات) و توان ناشی از اعمال هر یک دو منبع V_{s3} و i_{s1}

درصورت اعمال هر یک دو منبع هم فرکانس i_{s1} و V_{s3}، جریان I برابر است با I_1+I_3 و لذا دامنه آن به صورت زیر تغییر می‌کند.

$$|I_1-I_3|\le|I_1+I_3|\le|I_1|+|I_3| \longrightarrow 0\le|I_1+I_3|\le 2\sqrt{20}$$

و لذا توان متوسط آن بین صفر و $\frac{1}{2}\times 10\times(2\sqrt{20})^2$ خواهد بود.

$$0\le P_{av_{1,3}}\le 400 \longrightarrow 100\le P_{av_t}\le 500$$

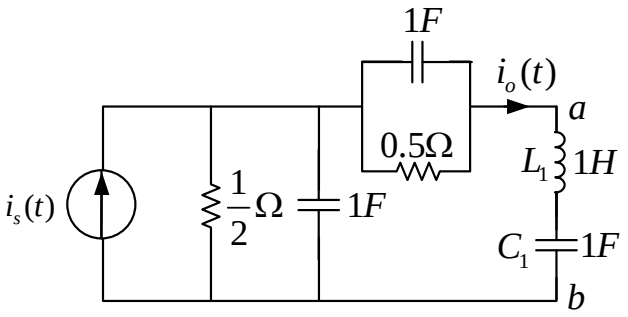
ب) دو منبع هم فرکانس را با هم در نظر می‌گیریم

$$I_1=H_1(j1)I_{s1}=\frac{1+j}{3+j}\angle 30^\circ$$
$$I_3=H_3(j1)V_{s3}=\frac{3+j}{1+j}\angle 30^\circ$$
$$\longrightarrow I=I_1+I_3=10/12\angle 11/56$$

$$I_2=H_2(j2)V_{s2}=\frac{1+2j}{2+2j}12\angle 0=9/49\angle 18/44$$

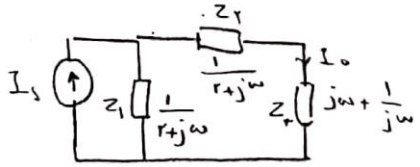
$$i(t)=10/12\cos(t+11/56^\circ)+9/49\cos(2t+18/44^\circ)$$

$$P_{av}=\frac{1}{2}Re\{2\}|I|^2+\frac{1}{2}Re\{2\}|I_2|^2=96/37\ W$$



۶- در مدار شکل مقابل: الف) تابع شبکه $H(j\omega)=\frac{I_o}{I_s}$ را بدست آورید.

ب) برای ورودی $i_s(t)=\cos(t-\frac{\pi}{4})u(t)$، پاسخ حالت دائمی سینوسی $i_o(t)$ را بدست آورید.



خازن C_1 رسیده است؟

الف)

$$H(j\omega)=\frac{I_o}{I_s}=\frac{Z_1}{Z_1+Z_2+Z_3}=\frac{\frac{1}{2+j\omega}}{\frac{1}{2+j\omega}+\frac{1}{2+j\omega}+j\omega+\frac{1}{j\omega}}$$

$$H(j1)=\frac{\omega}{3\omega-\omega^3+j2(\omega^2-1)} \quad (1)$$

$$I_s=1\angle -\frac{\pi}{4} \rightarrow I_o=H(j1)\,I_s=\frac{1}{3-1+j(0)}I_s=\frac{1}{2}\angle -\frac{\pi}{4} \rightarrow i_o(t)=\frac{1}{2}\cos(t-\frac{\pi}{4}) \quad (1)$$

چون خازنی نشده است $Z_{ab}=0$ و لذا جریان منبع به دو قسمت مساوی تقسیم میشود.

پ) در قسمت ب، توان لحظه‌ای تحویل داده شده به قسمت سمت راست ab (یعنی سلف L_1 و خازن C_1) را در حالت دائمی سینوسی محاسبه کنید.

ت) آیا مجموع انرژی ذخیره شده در سلف L_1 و خازن C_1 در حالت دائمی صفر است؟ در صورت صفر نبودن، این انرژی را حساب کنید و با فرض اینکه انرژی ذخیره شده در مدار در زمان‌های منفی صفر است و با توجه به قسمت پ، توضیح دهید این انرژی چگونه به سلف L_1 و خازن C_1 رسیده است.

$$Z_{ab}(j1)=j-j=0 \rightarrow V_{ab}=0 \rightarrow v_{ab}(t)=0$$

$$p(t)=v_{ab}(t)\,i_o(t)=0 \quad (0/5)$$

توان لحظه‌ای و توان متوسط تحویل داده شده به ab صفر است.

$$P=\frac{1}{2}V_{ab}\bar{I}=0$$

$$V_C=j\,I_o=\frac{1}{2}\angle -\frac{3\pi}{4} \rightarrow v_C(t)=\frac{1}{2}\cos(t-\frac{3\pi}{4}) \rightarrow \mathcal{E}_C(t)=\frac{1}{2}Cv_C^2(t)=\frac{1}{8}\cos^2(t-\frac{3\pi}{4}) \quad (1)$$

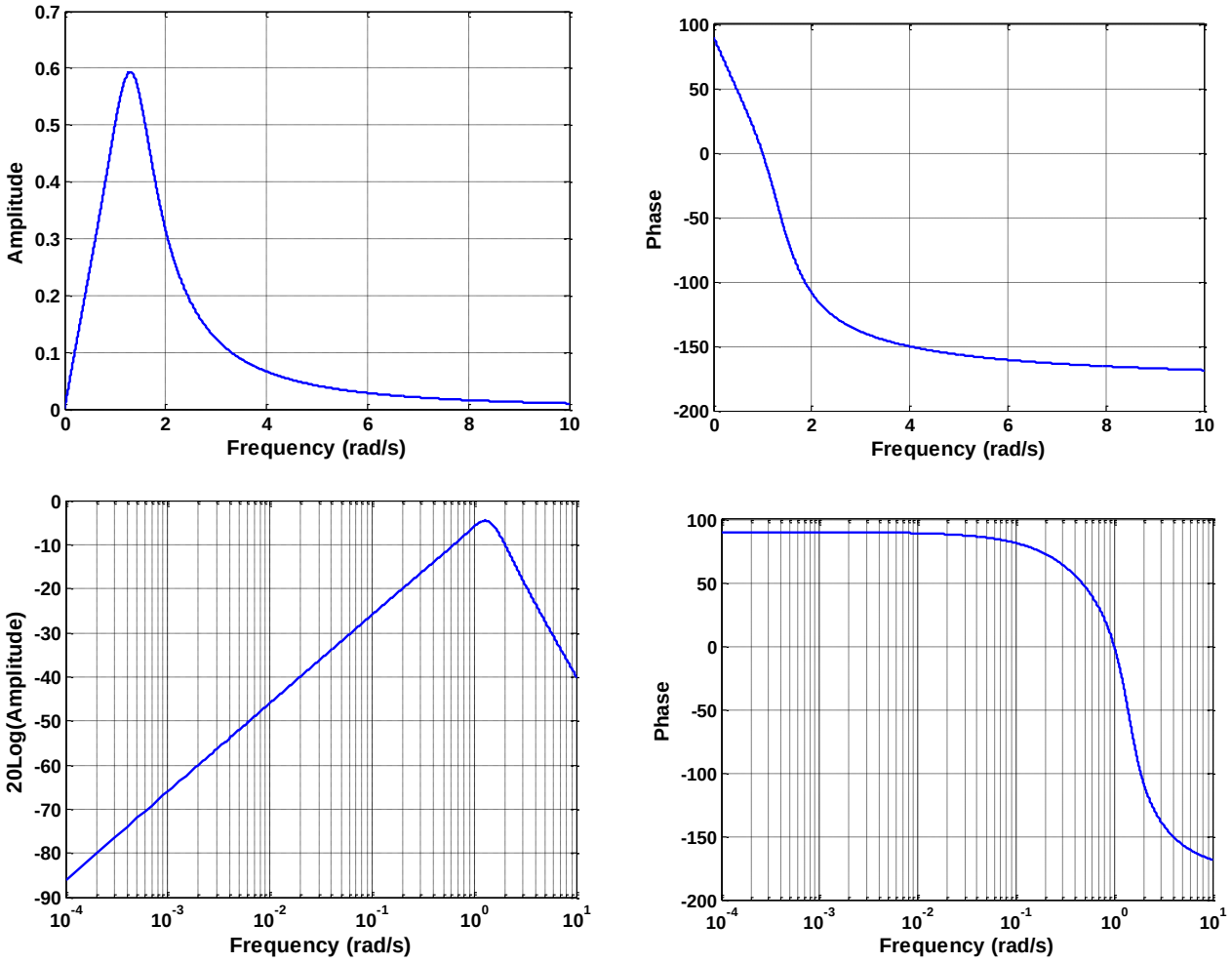
$$I_L=I_o=\frac{1}{2}\angle -\frac{\pi}{4} \rightarrow i_L(t)=\frac{1}{2}\cos(t-\frac{\pi}{4}) \rightarrow \mathcal{E}_L(t)=\frac{1}{2}Li_L^2(t)=\frac{1}{8}\cos^2(t-\frac{\pi}{4})=\frac{1}{8}\sin^2(t-\frac{3\pi}{4})$$

$$\mathcal{E}_C(t)+\mathcal{E}_L(t)=\frac{1}{8}\cos^2(t-\frac{3\pi}{4})+\frac{1}{8}\sin^2(t-\frac{3\pi}{4})=\frac{1}{8}=\text{cte} \quad (1)$$

خیر صفر نیست. علیرغم اینکه توان لحظه‌ای صفر است.

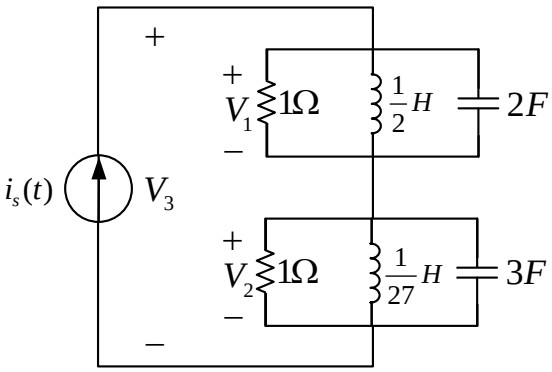
این انرژی در طی حالت گذرا به مجموعه سلف و خازن رسیده است و در حالت دائمی بین سلف و خازن مبادله شده و برگردانده می‌شود و در هر دوره آنها صفر است و لذا این انرژی بین آنها وجود دارد. (0/5)

ث) (اختیاری) منحنی‌های دامنه و فاز تابع شبکه الف را در مقیاس خطی و لگاریتمی با Matlab رسم کنید.



۷- در مدار شکل مقابل سه تابع شبکه تعریف می‌کنیم: $H_1(j\omega)=\frac{V_1}{I_s}, H_2(j\omega)=\frac{V_2}{I_s}, H_3(j\omega)=\frac{V_3}{I_s}$

الف) دو تابع شبکه $H_1(j\omega)$ و $H_2(j\omega)$ (که مربوط به یک فیلتر میان‌گذر است) را بدست آورید و منحنی‌های دامنه و فاز پاسخ فرکانسی را رسم کرده و فرکانس مرکزی، فرکانس‌های قطع بالا و پایین (به روش دقیق و تقریبی) و پهنای باند سه دسی‌بل را بدست آورید و در مورد دقت تقریب بحث کنید.



ب) تابع شبکه $H_3(j\omega)$ را بدست آورید. راجع به رفتار فیلتری تابع شبکه $H_3(j\omega)$ چه می‌توان گفت؟ آیا به طور تقریبی می‌توانید منحنی دامنه پاسخ فرکانسی آن را رسم کنید؟ آیا به طور تقریبی می‌توانید مقدار ماکزیمم دامنه پاسخ فرکانسی و فرکانس متناظر با آن را حدس بزنید؟

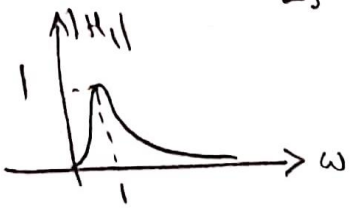
۷ - الف)

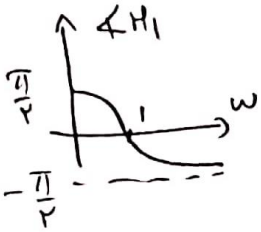
$$H_1(j\omega) = \frac{V_1}{I_s} \qquad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{2\times\frac{1}{2}}} = 1 \ rad/s$$

$$\Delta\omega = 2\alpha = \frac{1}{RC} = 0.5 \ rad/s$$

$$Q = \omega_0 RC = \frac{\omega_0}{2\alpha} = 2$$

$$H_1(j\omega) = \frac{1}{1+j2\left(\frac{\omega}{1}-\frac{1}{\omega}\right)}$$





روابط دقیق $\begin{cases} \omega_1 = 0.781 \\ \omega_2 = 1.281 \end{cases}$

روابط تقریبی $\begin{cases} \omega_1 \simeq \omega_0 - \alpha = 0.75 \\ \omega_2 = \omega_0 + \alpha = 1.25 \end{cases}$

تقریب بدی نیست

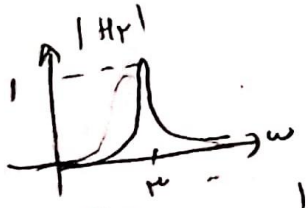
فرکانس مرکزی $= \omega_0 = 1 \ rad/s$

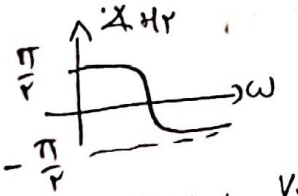
$$H_2(j\omega) = \frac{V_2}{I_s} \qquad \omega_0 = 3 \ rad/s$$

$$\Delta\omega = \frac{1}{3} \ rad/s = 0.33$$

$$Q = 9$$

$$H_2(j\omega) = \frac{1}{1+j9\left(\frac{\omega}{3}-\frac{3}{\omega}\right)}$$





روابط دقیق $\begin{cases} \omega_1 = 2.838 \\ \omega_2 = 3.171 \end{cases}$

روابط تقریبی $\begin{cases} \omega_1 \cong 2.84 \\ \omega_2 = 3.16 \end{cases}$

تقریب قابل قبولی است

فرکانس مرکزی $= \omega_0 = 3 \ rad/s$

ب)

$$H(j\omega) = \frac{V_3}{I_s} = H_1(j\omega) + H_2(j\omega)$$

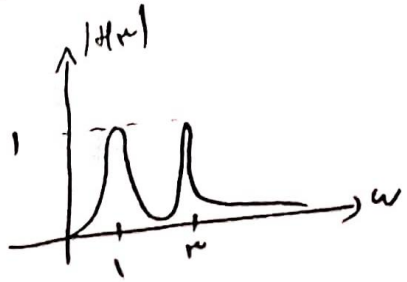
از H_3 ها می‌توان تقریبا" برابر جمع $|H_1|$ و $|H_2|$ گرفت زیرا فرکانس قطع ۱ و ۳ باهم فاصله دارند و با توجه به پهنای باند آنها، این مجموع تقریب خوبی از $|H_3|$ خواهد بود

حدس زده می‌شود ماکزیمم در حول و حوش $\omega = 3$ باشد زیرا H_3 سد تغییر صرا می‌شود (بدلیل پهنای باند باریکتر)

مقدار ماکزیمم واقعی در $\omega = 2.998$ است و مقدار آن از ۱ بیشتر است.

$$H_3(j\omega) = H_1 + H_2 = \frac{1}{1+j2(\omega-\frac{1}{\omega})} + \frac{1}{1+j9(\frac{\omega}{3}-\frac{3}{\omega})}$$

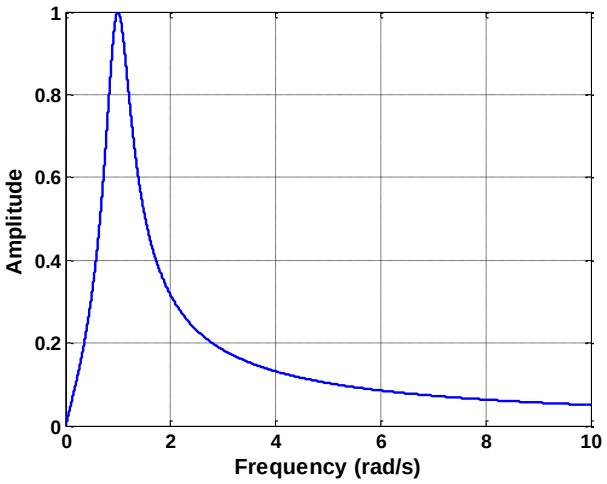
$$= \frac{1}{1+\varepsilon(\omega-\frac{1}{\omega})^2+1} + \frac{1}{1+81(\frac{\omega}{3}-\frac{3}{\omega})^2+1} - j\left[\frac{2(\omega-\frac{1}{\omega})}{1+\varepsilon(\omega-\frac{1}{\omega})^2} + \frac{9(\frac{\omega}{3}-\frac{3}{\omega})}{1+9(\frac{\omega}{3}-\frac{3}{\omega})^2}\right]$$

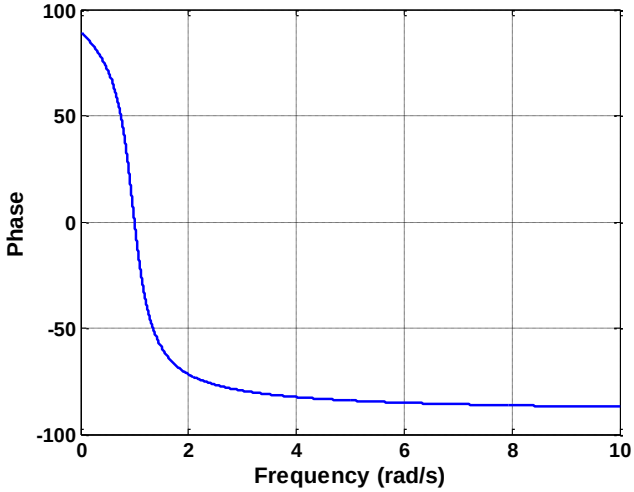


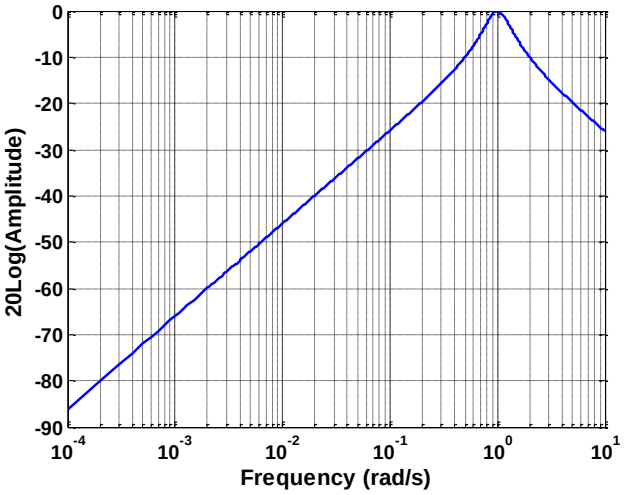
پ) (اختیاری) با استفاده از Matlab دامنه و فاز تابع شبکه $H_1(j\omega)$ و $H_2(j\omega)$ و $H_3(j\omega)$ را بر حسب فرکانس رسم کنید و در مورد تقریب‌های قسمت ب بحث کنید. با توجه به منحنی جزء موهومی $H_3(j\omega)$ برحسب فرکانس، فرکانس تشدید مدار از دوسر منبع جریان را محاسبه کنید. آیا این فرکانس ارتباطی با فرکانسی که در آن منحنی اندازه $H_3(j\omega)$ ماکزیمم می‌شود دارد؟ آین تابع شبکه چه رفتار فیلتری دارد؟

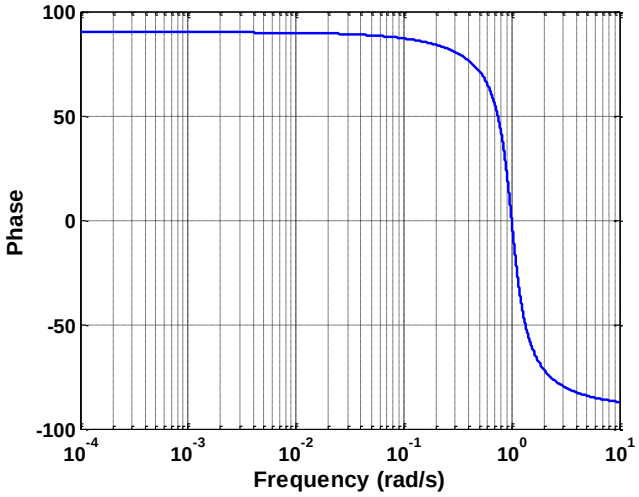
منحنی‌های دامنه و فاز پاسخ فرکانسی را در مقیاس خطی و لگاریتمی رسم کنید.

ابتدا منحنی‌های اندازه و فاز تابع شبکه $H_1(j\omega)$:

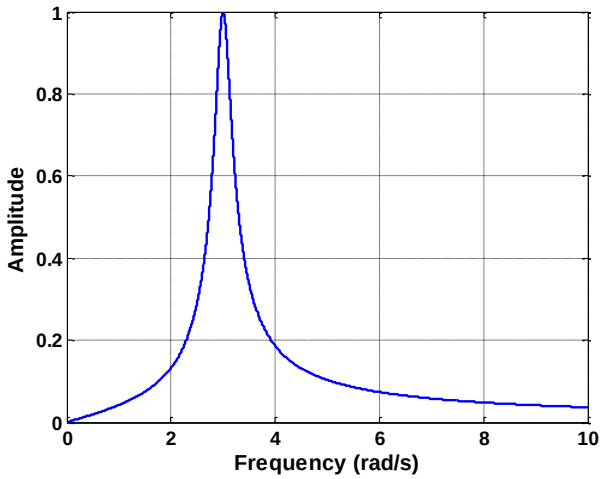


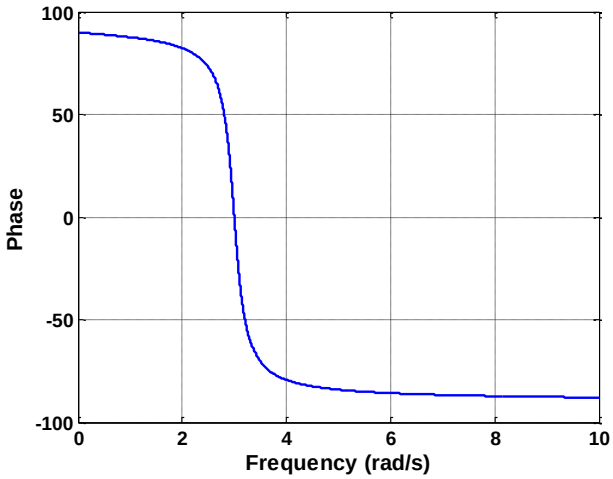


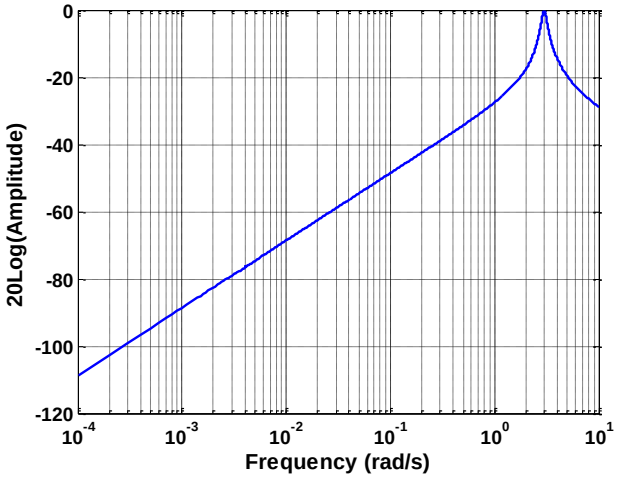


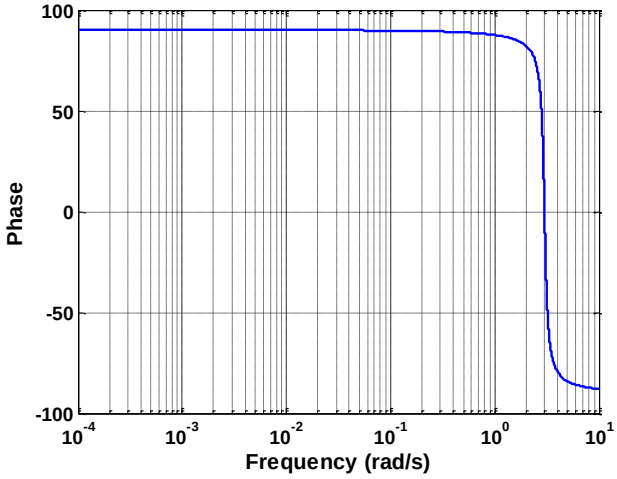


منحنی‌های اندازه و فاز تابع شبکه $H_2(j\omega)$:

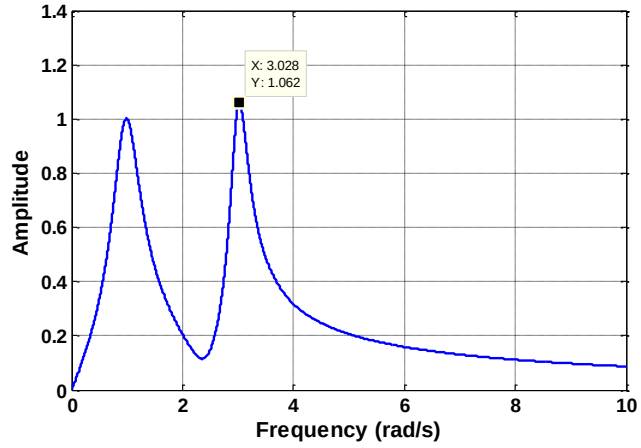


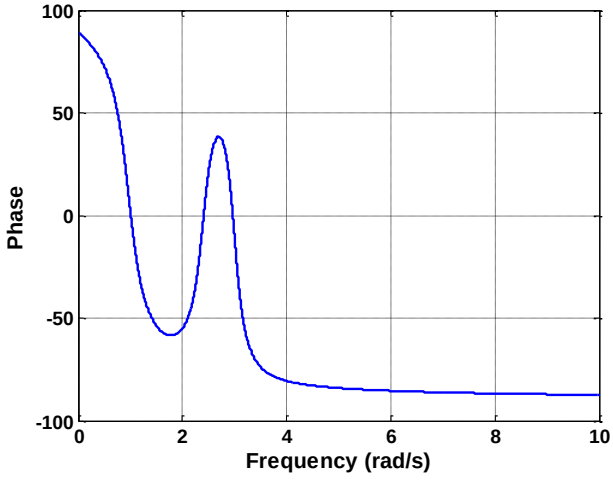


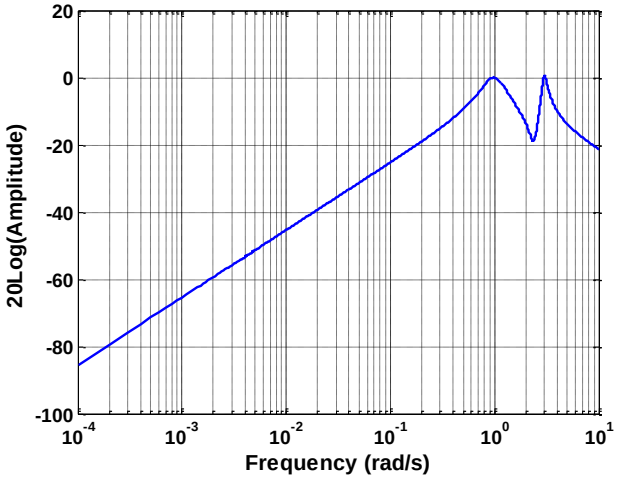


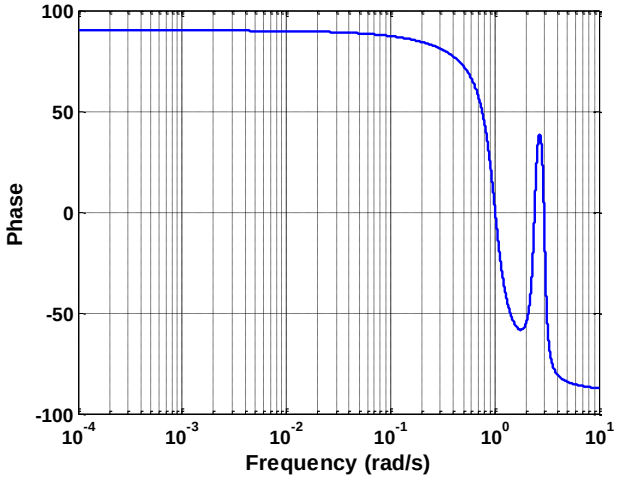


منحنی‌های اندازه و فاز تابع شبکه $H_3(j\omega)$:









فصل ۷ کتاب، مسائل: ۲۴ (مقادیر متوسط و موثر) و ۴۸ و ۵۰ و ۵۲ و ۷۱ و ۷۲ و ۸۳ و ۱۱۹ و ۱۳۰ {الف) سوال کتاب، ب) توان مختلط، متوسط، راکتیو و ظاهری و ضریب توان هر یک از بارها با Z_L قسمت الف، پ) قسمت الف با فرض $X_L = 0$ ، ت) قسمت الف با فرض $X_L = 0.5R_L$ }