تمرین سری سوم درس مکانیک کوانتومی

پیدایش مکانیک کوانتومی

دانشکده فیزیک – دانشگاه صنعتی شریف

موعد تحویل : ۱۷ فروردین ماه ۱۳۸۶

۱ – **تابش جسم سیاه** در کلاس چگالی انرژی تابشی در واحد حجم در واحد فرکانس را بدست آورده ایم.

الف: با استفاده از این رابطه کل چگالی انرژی تابشی در واحد حجم را که درهمه فرکانس ها تابش می شود بدست آورید.

ب: طول موجی را که در آن بیشترین چگالی انرژی تابشی وجود دارد بدست آورده و رابطه آن را با دما مشخص کنید. اگر دمای یک جسم به ۶۰۰۰ درجه کلوین برسد، بیشترین انرژی تابشی خود را در چه طول موجی تابش می کند.

ج: کل کیهان را می توان به مثابه یک سیستم درنظرگرفت که درآن انرژی تابشی به صورت فوتون ها به تعادل گرمایی رسیده است. درحال حاضر دمای این سیستم ۲.۷ درجه کلوین است. با توجه به پاسخ خود به قسمت های قبلی این سوال مشخص کنید که فوتون های تابش زمینه کیهانی بیشتر چه طول موجی دارند.

د: اگر شعاع کیهان را حدود ۱۵ میلیارد سال نوری بگیرید، مقدار کل انرژی تابشی موجود درکیهان چقدراست؟

---

۲ – **تابش جسم سیاه** دریک محفظه خالی چگالی انرژی تابشی در واحد حجم در واحد طول موج برابراست با $u(\lambda)$.

الف: فرض کنید که در دیواره این محفظه یک سوراخ بسیار کوچک وجود دارد. برای سادگی فرض کنید که این المان یک مربع بسیار کوچک در صفحه‌ی xy است. در فاصله زمانی t و $t+dt$ تمام فوتون هایی که درون محفظه قرار دارند و فاصله آنها و هم چنین جهت سرعت آنها مقادیر مناسبی دارند می توانند از این المان عبور کرده و از محفظه خارج شوند. با یک استدلال

هندسی، چگالی انرژی تابشی از واحد سطح در واحد طول موج که آن را با $S(\lambda)$ نشان می دهیم بدست آورید و نشان دهید که

$$S(\lambda) = \frac{c}{4}u(\lambda), \tag{1}$$

که درآن c سرعت نوراست.

---

۳ — فوتون

الف: تعداد فوتون هایی را که یک لامپ معمولی ۴۰ وات در مدت زمان یک ساعت تابش می کند تخمین بزنید.

ب : اگر افوتون های تابش شده از این لامپ همه دریک جهت حرکت کنند، تکانه کل آنها چقدرخواهد بود؟ اگر یک ذره یک گرمی چنین تکانه ای داشته باشد، سرعت آن چقدر خواهد بود؟ اگر چنین لامپی به مدت ۱۰۰۰ ساعت کارکند چقدر از جرم آن کاسته خواهد شد؟

ج: انرژی و تکانه فوتون های زیر را برحسب الکترون ولت تخمین بزنید.

— فوتون های اشعه x، فوتون های اشعه مرئی ، فوتون های میکرومتر، فوتون های رادیویی .

---

۴ — آزمایش کامپتون

الف : در آزمایش کامپتون فرض کنید که الکترون قبل از برخورد با فوتون با سرعت v درحال حرکت است. برای سادگی فرض کنید که سرعت اولیه فوتون و الکترون در یک امتداد است. حال رابطه بین طول موج فوتون پراکنده شده و فوتون اولیه را بدست آورید.

ب: فرض کنید که انرژی جنبشی الکترون ای که در قسمت الف به آن اشاره شد، در حدود ۱۰ الکترون ولت است و فوتون های ورودی طول موجی برابر با ۱ نانو متر است. حساب کنید که طول موج فوتون خروجی چقدراست. اگر الکترون اولیه ساکن بود، این تفاوت طول موج چقدر می شد؟

---

۵ — مدل اتمی بوهر

الف: در مدل اتمی بوهر، هرگاه الکترون از لایه دوم به لایه اول سقوط کند، طول موج فوتون گسیل شده چقدر خواهد بود؟
ب : در مدل اتمی بوهر نشان دهید که فرکانس گردش الکترون به دور هسته برابر است با $\nu = \frac{2|E|}{h\ n}$ که درآن E انرژی کل الکترون است.

ج : وقتی که الکترون گذاری از لایه n_i به لایه n_f انجام می دهد طول موج فوتون گسیل شده در رابطه زیر صدق می کند:

$$\frac{1}{\lambda} = R(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2}) \tag{2}$$

که درآن R ثابت رایدبرگ خوانده می شود. مقدار این ثابت را در مدل اتمی بوهر بدست آورید. مقدار عددی آن را نیز محاسبه کنید.

د : سری بالمر به آن دسته از خطوط طیفی گفته می شود که ناشی از گذار الکترون از لایه های بالاتر به لایه $n_f = 2$ است. سه طول موج بزرگتر را در سری بالمر تعیین کنید. هم چنین تعیین کنید که خطوط بالمر در چه محدوده ای از طول موج ها قرار دارند.

ه: سوال قبلی را برای سری لایمن $(n_f = 1)$ پاسخ دهید.

و: در مدل اتمی بوهر هرگاه جرم هسته را محدود و برابر با M در نظر بگیریم، ثابت رایدبرگ تغییر خواهد کرد. ثابت رایدبرگ جدید را بدست آورید.