تمرین سری ششم درس مکانیک کوانتومی

دانشکده فیزیک – دانشگاه صنعتی شریف

موعد تحویل : ۱۵ خرداد ماه ۱۳۸۶

۱ – پتانسیلی در نظر بگیرید که در ناحیه محدودی از محور x مقدار غیر صفر دارد، شکل ۱. می دانیم که تابع موج در سمت چپ و راست پتانسیل به صورت زیر است:

$$\psi(x) = Ae^{ikx} + Be^{-ikx}, \qquad x < a \tag{1}$$

و

$$\psi(x) = Ce^{ikx} + De^{-ikx} \qquad x > b. \tag{2}$$

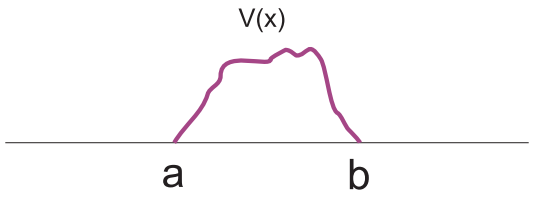
هرگاه معادله شرودینگر را حل کنیم به این نتیجه می رسیم که رابطه این ضرایب باهم یک رابطه خطی است که می توان آن را به صورت زیر نوشت:

$$\begin{pmatrix} C \\ B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A \\ D \end{pmatrix}. \tag{3}$$

ماتریس S به دلایل واضح ماتریس پراکندگی خوانده می شود. از اصل بقای احتمال استفاده کنید و نشان دهید که روابط زیر برقرارند:

$$\begin{aligned} &|S_{11}|^2 + |S_{21}|^2 = 1 \\ &|S_{12}|^2 + |S_{22}|^2 = 1 \\ &S_{11}S_{12}^* + S_{21}S_{22}^* = 0 \end{aligned} \tag{4}$$

به عبارت دیگر نشان دهید که ماتریس S یک ماتریس یکانی است.



شکل ۱ : شکل پتانسیل برای مسئله یک.

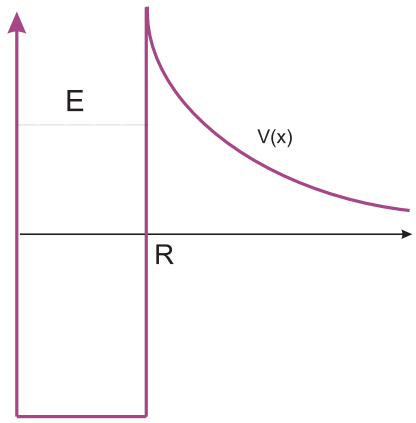
۲ – پتانسیل $V(x) = V_0\delta(x)$ را در نظربگیرید. برای این پتانسیل ماتریس پراکندگی را حساب کنید.

۳ – پتانسیل $V(x) = V_0\delta(x+a) + V_0\delta(x-a)$ را در نظر بگیرید. برای این پتانسیل ماتریس پراکندگی را حساب کنید.

۴ – پتانسیل شکل ۲ را در نظر بگیرید. پتانسیل $V(x)$ به شکل زیر است:

$$V(x) = \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2mx^2}, \qquad x > R \tag{5}$$

که در آن l یک عدد صحیح است. با استفاده از محاسبه احتمال تونل زنی، طول عمر ذره‌ای را که در درون چاه گیر افتاده است و انرژی $E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$ دارد تخمین بزنید. نتیجه خود را برحسب پارامتر پارامتر بدون بعد $\frac{l}{kR}$ بیان کنید.



شکل ۲: شکل پتانسیل برای مسئله ۴.