

تمرین سری هشتم درس مکانیک کوانتومی

دانشکده فیزیک – دانشگاه صنعتی شریف

موعد تحویل : ۱۷ مهر ماه ۱۳۸۶

۱ – یک گروه تبدیلات به شکل $Z_3 := \{e, a, a^2 \mid a^3 = e\}$ را در نظر بگیرید. این گروه سه نمایش غیرمعادل یک بعدی دارد. این سه نمایش را به دست آورید. (راهنمایی: در نمایش یک بعدی به هر عضو گروه یک عدد نسبت داده می شود). برای این گروه یک نمایش سه بعدی نیز بدست آورید.

۲ – گروهی که در مسئله یک با آن آشنا شدید، می تواند گروه تبدیلات یک شی دویعدی باشد که در آن a دوران حول محور عمود بر صفحه شی به اندازه 120° درجه است. سه شکل متفاوت رسم کنید که گروه تقارن آنها گروه فوق باشد.

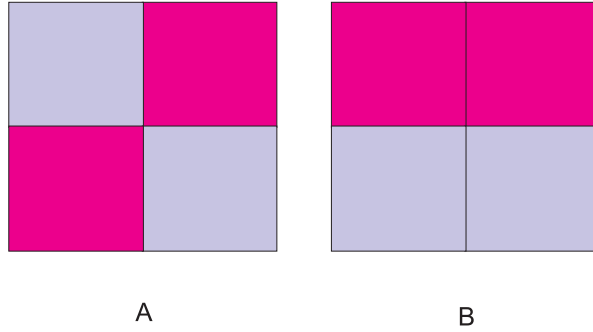
۳ – شکل ۱ را در نظر بگیرید. گروه های تقارن شی سمت چپ و شی سمت راست را پیدا کنید.

۴ – سوال ۳ را برای اشکال نشان داده شده در ۲ نیز پاسخ دهید.

۵ – سوال ۳ را برای شکل نشان داده شده در ۳ نیز پاسخ دهید.

۶ – تقارن یک شی فیزیکی با گروه $Z - 3 = \{e, a, a^2, \mid a^3 = e\}$ تعیین می شود. فرض کنید که توصیف کوانتومی این شکل (یا درجات آزادی بخصوصی از آن) در یک فضای هیلبرت مختلط دو بعدی انجام می شود. مشاهده پذیر A با عملگر هرمیتی زیر توصیف می شود:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & b \\ b & 1 \end{pmatrix}. \quad (1)$$



شکل ۱: این شکل ها تحت چه تبدیلاتی دارای تقارن هستند؟

حالت اولیه شی نیز عبارت است از:

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 \\ \sqrt{2} \end{pmatrix} \quad (2)$$

الف: اگر نمایش گروه در فضای هیلبرت برابر باشد با :

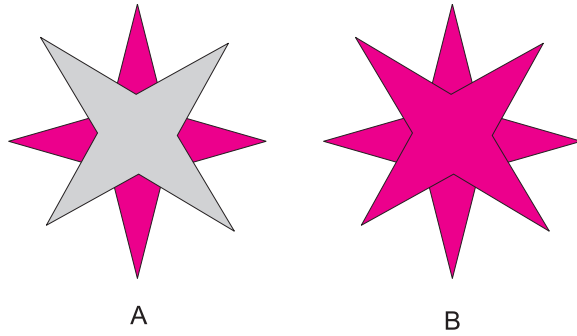
$$U(a) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{2\pi i/3} \end{pmatrix} \quad (3)$$

حالت شی را بعد از آن که دو بار عمل تقارنی a را روی آن انجام می دهیم پیدا کنید. هم چنین متوسط مشاهده پذیر A را قبل از عمل و بعد از عمل پیدا کنید.

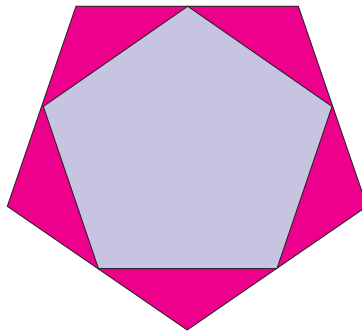
ب : اگر نمایش گروه در فضای هیلبرت برابر باشد با :

$$U(a) = \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \end{pmatrix} \quad (4)$$

حالت شی را بعد از آن که دو بار عمل تقارنی a را روی آن انجام می دهیم پیدا کنید. هم چنین متوسط مشاهده پذیر A را قبل از عمل و بعد از عمل پیدا کنید.



شکل ۲: این شکل ها تحت چه تبدیلاتی دارای تقارن هستند؟



شکل ۳: این شکل تحت چه تبدیلاتی دارای تقارن است؟